SECONDA UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI NAPOLI FACOLTA' DI INGEGNERIA

TESI DI LAUREA IN INGEGNERIA AEROSPAZIALE

ANALISI DELLE PRESTAZIONI E PROGETTO PRELIMINARE DEL PROCESSING DEL RADAR DI CASSINI IN MODALITA' ALTIMETRO

Relatore Candidato Ch.mo Prof. M. D'Errico Vingione Correlatore Ing. G. Alberti

Guido

A.A. 2003-2004

INDICE

CAPITOLO I. DESCRIZIONE DELLA MISSIONE CASSINI-HUYGENS

INTRODUZIONE

| 1.1 | La mi | ssione Cassini- | 1 | |
|-----|---------|---|----|--|
| | Huygens | | | |
| | 1.1 | Obiettivi della missione Cassini- | 2 | |
| | Huyge | ens | | |
| | 1.1-1 | Indagini scientifiche del pianeta | 4 | |
| | Saturn | 0 | | |
| | 1.1-2 | Indagini scientifiche sulla luna più grande di Saturno: | 4 | |
| | Titanc | | | |
| | 1.1-3 | Indagine scientifica del sistema di anelli di | 8 | |
| | Saturn | 0 | | |
| | 1.1-4 | Indagine scientifica delle lune ghiacciate di | 9 | |
| | Saturn | 0 | | |
| | 1.1-5 | Studio della Magnetosfera di | 9 | |
| | Saturn | 0 | | |
| 1.2 | Descr | izione delle fasi della missione | 10 | |
| | 1.2-1 | Tragitto | 12 | |
| | Interp | lanetario | | |
| | 1.2-2 | Approach science | 17 | |
| | subph | ase | | |
| | 1.2-3 | Saturn Orbit | 17 | |
| | Inserti | on | | |
| | 1.2-4 | Schema della missione del Probe | 20 | |
| | Huyge | ens | | |

| 1.2-5 | Descrizione dell'Orbital | 24 |
|--------|------------------------------|----|
| Tour | | |
| 1.2-6 | Strategia generale dei Titan | 26 |
| Flybys | 5 | |

CAPITOLO II. CALCOLO DEI PARAMETRI ORBITALI DEL CASSINI RADAR ALTIMETER MODE DURANTE I TARGETED TITAN FLYBYS

| 2.1 | Patched Conic | 34 |
|-----|---|----|
| | Approximation | |
| 2.2 | Orbita | 41 |
| | Saturniana | |
| 2.3 | Orbita "Titanocentrica": simulazione orbitale dei | 43 |
| | flybys | |
| | Esempi | 52 |
| | | |
| 2.4 | Stima della perturbazione orbitale dovuta al momento del quadripolo | |
| | gravitazionale di | |
| | Titano | |
| | | 65 |

CAPITOLO III. CASSINI TITAN RADAR MAPPER

| 3.1 | Antenna, sistema di | 70 |
|-----|---------------------------------|----|
| | telecomunicazione | |
| 3.1 | Cassini Radar: principi di | 73 |
| | funzionamento | |
| 3.3 | Temporizzazione delle scansioni | 78 |
| | RADAR | |

| 3.4 | Doppler | 84 |
|-----|----------------------|----|
| | Tracking | |
| 3.5 | Cassini Radar: Burst | 86 |
| | Timing | |

CAPITOLO IV. RADAR ALTIMETER MODE

| 4.1 | Radar Altimetri, generalità | 89 |
|-----|--|-----|
| 4.2 | Radar Altimetri: Applicazioni scientifiche e prospettive | 90 |
| 4.3 | Radar Altimetro: principi di | 93 |
| | Funzionamento | |
| 4.4 | Implementazione del funzionamento del | 105 |
| | RA | |
| 4.5 | Radar Altimetri ad Apertura | 110 |
| | Sintetica | |
| | 4.5-1 Tecniche di apertura sintetica: principi di | 110 |
| | base | |
| | 4.5-2 Radar Altimetri ad Apertura | 118 |
| | sintetica:applicazioni | |

CAPITOLO V. CASSINI RADAR IN MODALITÀ ALTIMETRO:ANALISI DELLE PRESTAZIONI E PROGETTO PRELIMINARE DEL PROCESSING

| 5.1 | Modello per il calcolo dell'eco di | 126 |
|-----|--|-----|
| | ritorno | |
| 5.2 | Implementazione del Modello Convoluzionale | 128 |
| | | |
| | 5.2-1 Modello di Scattering della superficie di Titano | 129 |
| | | |
| 5.3 | Calcolo della FSIR | 132 |

| 5.4 | Calcolo della IR | 136 |
|-------|--|-----|
| 5.5 | Cassini Radar Altimeter Mode : sviluppo del processing | 137 |
| | 5.5-1 Cassini Radar Altimeter Mode: esempio di valutazione della FSIR | 139 |
| | 5.5-2 Cassini Radar Altimeter Mode: esempio di valutazione della IR | 142 |
| 5.6 | Control Tool | 148 |
| | 5.6-1 Confronto con il modello Beam Limited e Pulse Limited | 148 |
| | 5.6-2 Calcolo preliminare del Centroide e stima degli errori | 150 |
| 5.7 | Calcolo del Rapporto Segnale Rumore | 154 |
| | 5.7-1 Calcolo preliminare del Centroide in presenza di rumore: stimatore ML | 159 |
| 5.8 | Influenza della natura della superficie di Titano sul segnale ricevuto | 164 |
| 5.9 | Conclusioni | 169 |
| CO | NCLUSIONI | 183 |
| ••••• | | |

BIBLIOGRAFIA

INTRODUZIONE

Il lavoro di seguito descritto si inquadra nell'ambito della missione spaziale internazionale Cassini-Huygens. La missione è un progetto congiunto NASA, ESA ed Agenzia Spaziale Italiana, che ha per scopo l'analisi dettagliata della struttura fisica e chimica del Sistema Saturniano. Particolare rilevanza scientifica assume l'indagine della luna più grande di Saturno, Titano, la quale presenta una densa atmosfera scura che impedisce la normale indagine ottica. Pertanto, l'analisi della struttura morfologica e chimica di Titano è affidata alla scansione radar per mezzo del Cassini Titan Radar Mapper.

In tale contesto, ci si propone di studiare le prestazioni del Cassini Radar in modalità Altimetro ad alta risoluzione e di porre le basi teoriche per la progettazione del processing dei dati altimetrici.

Il primo Capitolo descrive la missione ed i suoi obiettivi scientifici, le traiettorie orbitali e le finalità dei Titan Flybys. Nel Capitolo II è descritto il progetto di un simulatore orbitale dei Titan Flybys basato sul modello della *patched conic approximation*. Noti i parametri orbitali del Cassini Radar durante l'intervallo di quote relativo al funzionamento dell'altimetro ad alta risoluzione, si è caratterizzato, poi, il funzionamento del radar.

Il Capitolo III è dedicato alla descrizione delle varie modalità di scansione del Cassini Radar, in particolare, alle modalità di suddivisione delle varie scansioni ad ogni Titan flyby, ed alle specifiche tecniche del funzionamento intrinseco del Radar.

Particolare rilevanza è stata data alla descrizione dei modelli teorico-analitici che modellano il funzionamento di un generico Radar Altimetro. Il Capitolo IV è interamente dedicato a tale scopo. Un' ampia sezione di tale Capitolo è rivolta alla descrizione delle tecniche di Apertura Sintetica ed alle loro applicazioni in ambito altimetrico.

Infine il Capitolo V è completamente finalizzato al progetto del software, realizzato in Matlab, che implementa gli algoritmi per il calcolo delle prestazioni del Cassini Radar e del processing dei dati, fornendo indicazioni circa il migliore processing utilizzabile, motivandone la scelta.

CAPITOLO I

DESCRIZIONE DELLA MISSIONE CASSINI-HUYGENS

1. La missione Cassini Huygens.

La missione Cassini/Huygens è un progetto congiunto NASA, ESA ed Agenzia Spaziale Italiana, alla quale partecipano agenzie spaziali, organismi scientifici ed industrie di altri diciassette paesi ed è dedicata all'esplorazione di Saturno, dei suoi anelli e satelliti ghiacciati e della sua luna più grande, Titano.

La progettazione dell'orbiter denominato Cassini, dall'astronomo franco-italiano che scoprì Saturno, è stata curata dal Jet Propulsion Laboratory (JPL) di Pasadena, California. L'ESA ha progettato l'Huygens Titan Probe, cioè la sonda che scenderà su Titano. L'ASI si è occupata dell'hardware delle strumentazioni dell'orbiter e del Probe fornendo, in più, l'enorme antenna HGA per le telecomunicazioni.

La missione è una naturale estensione degli studi avviati da tre precedenti sonde interplanetarie: la Pioneer 11 (1979), la Voyager 1 (1980) e la Voyager 2 (1981). Queste sonde hanno fornito notevoli informazioni circa l'esatta conformazione degli anelli, la loro densità e struttura, hanno dimostrato che Saturno emette da 2 a 3 volte più energia di quanta ne assorba dal Sole, hanno fornito dati che hanno chiarito in parte la complessa dinamica, la struttura e la chimica della sua atmosfera, rilevando venti con velocità di circa 1800 km/h. Inoltre hanno dato notevoli informazioni sul sistema di satelliti che orbita intorno a Saturno: entrambe le Voyager hanno scoperto nuovi satelliti, più piccoli, molti dei quali chiamati "satelliti guardiani" per la loro caratteristica di contribuire alla forma del sistema di anelli di Saturno modellandola con il loro campo gravitazionale.

Le motivazioni scientifiche che hanno spinto le agenzie spaziali in questa impresa interplanetaria sono innumerevoli, come in seguito vedremo, ma lo scopo più significativo è rappresentato dalla possibilità di una analisi dettagliata della luna Titano, il secondo satellite, per dimensioni, dell'intero Sistema Solare (più grande persino di Mercurio). Per la comunità scientifica internazionale ciò rappresenta l'opportunità di avere a disposizione un laboratorio chimico nel quale testare le teorie sull'origine della vita. Infatti le analisi del Voyager 1 hanno mostrato un mondo nuovo, molto simile a come si sospetta fosse la Terra circa 4 miliardi di anni fa, quando le molecole organiche diedero origine alle prime forme di vita sul nostro pianeta e per quanto ci è dato sapere al momento, Titano è l'unico corpo del Sistema Solare che ricordi almeno lontanamente la Terra di 4 miliardi di anni fa in quanto possiede un'atmosfera non ossidante (favorisce quindi le reazioni biochimiche), ha con molta probabilità una notevole quantità di liquido in superficie e possiede in superficie, composti organici prebiotici.

Da questo punto di vista, dunque, Titano rappresenta un luogo da cui prendere spunto per confermare o confutare questa o quella ipotesi sull'origine della vita nonché l'opportunità di comprendere l'evoluzione delle prime forme viventi in maniera chiara come mai prima.

1.1 Obiettivi della missione Cassini-Huygens.

La missione Cassini-Huygens assolverà una serie variegata di indagini scientifiche durante il suo tour intorno il sistema saturniano. [PD699-004].

Durante il tragitto interplanetario verso Saturno, Cassini ha svolto tre set di Gravitational Wave Experiments (GWEs), effettuando, tra le varie cose, una verifica 50 volte più accurata delle precedenti sull'effetto di deflessione della luce da parte del campo gravitazionale, effetto previsto dalla teoria della relatività generale di Einstein. L'esperimento è stato effettuato nel giugno 2002, quando Cassini si trovava tra Giove e Saturno (alla distanza di più di un miliardo di chilometri dalla Terra) ed il segnale radio tra la sonda e la Terra passava molto vicino al Sole che, con la sua massa, provoca l'effetto relativistico di deviazione del fascio. Il valore dell'angolo di deflessione delle onde radio è stato ricavato da una misura della velocità della sonda con una precisione di circa due milionesimi di metri al secondo. Questo è risultato in accordo con la predizione di Einstein con un'accuratezza percentuale di circa 20 milionesimi. La possibilità di ottenere misure così precise ha **importanti implicazioni in campo cosmologico**, in quanto permette di verificare nuove teorie di evoluzione dell'Universo primordiale, secondo le quali la gravità subito dopo il Big Bang aveva una struttura più complessa e non descrivibile con la teoria della Relatività Generale.

Gli obiettivi scientifici generali della missione Cassini intorno il sistema saturniano sono: investigare le caratteristiche fisiche, chimiche e temporali di Saturno, Titano e delle loro rispettive atmosfere; l'analisi dettagliata degli anelli, delle lune ghiacciate e della magnetosfera.

| CASSINI ORBITER INSTRUMENTS | | | | | |
|--------------------------------------|----------|--|--|--|--|
| Strumento | Acronimo | Tecnica | | | |
| Cassini Plasma Spectrometer | CAPS | Particle delection and spectroscopy; electron spectrometer, ion- mass spectrometer, ion-beam spectrometer | | | |
| Cosmic Dust Analyzer | CDA | Impact-induced currents | | | |
| Composite Infrared Spectrometer | CIRS | Spectroscopy using 3 interferometric spectrometres | | | |
| Ion and Neutral Mass Spectrometer | INMS | Radio frequency receivers | | | |
| Imaging Science Subsystem | ISS | Imaging with CCD detectors | | | |
| Magnetometer | MAG | Magnetic field meassurement | | | |
| Magnetospheric Imaging Instrument | MIMI | Particle delection and imaging; ioneutral camera; solid-state delectors with magnetic focusing telescope and aperture- | | | |
| Cassini RADAR | RADAR | Synthetic aperture radar; radiometry with a microwave receiver | | | |

| Radio and Plasma Wave | RPWS | Mass spectrometry |
|--|---------------------------|---|
| Science | | |
| Radio Science Subsystem | RSS | X-and Ka-band transmission to cassini Orbiter; Ka-, S- and X- band transmission to Earth |
| Ultraviolet Imaging Spectrograph | UVIS | Imaging spectroscopy |
| Visible and Infrared Mapping Spectrometer | VIMS | Imaging spectroscopy |
| | TAB. 1.1 <i>St</i> | trumenti a bordo del Cassini Orbiter |

Tutto ciò è reso pc A bordo, infatti, dell'orbiter sono presenti 12 sottosistemi, riportati nella tabella 1.1 con i rispettivi acronimi, contenenti le varie strumentazioni scientifiche.

Di seguito sono riportati specificamente gli obiettivi scientifici previsti per la missione :

1.1-1 Indagini scientifiche del pianeta Saturno.

a) Determinare il campo di temperature, proprietà e composizione dell' atmosfera di Saturno.

b) Misure globali del campo di velocità dei venti, includendo le componenti del moto ondose e vorticose;

c) Dedurre la struttura interna e le rotazioni dell'atmosfera profonda.

d) Studio delle variazioni diurne e controllo magnetico della ionosfera di Saturno.

e) Stimare i flussi di calore, le composizioni dei gas e delle particelle deducendo l'eventuale scenario di formazione ed evoluzione dei Saturno.

f) Investigare le sorgente e la morfologia del fenomeno di lightning, e delle Saturn Electrostatic Discharges (SED), e dei whistlers.

1.1-2 Indagini scientifiche sulla luna più grande di Saturno: Titano.

Il motivo, che ha fatto scattare la curiosità degli scienziati verso Titano, risale alle prime immagini ed ai primi dati rilevati dalla Voyager 1. La sonda ha svelato la composizione dell'atmosfera di Titano, che è risultata composta per la stragrande maggioranza da azoto e metano (questo presente in circa il 10%), più composti presenti in quantità minori, soprattutto idrocarburi, quali etano, acetilene ed, oltre a monossido di carbonio e acido cianidrico. Inoltre, passando, nel corso del suo moto, dietro al satellite (venendo quindi occultata da Titano), la Voyager ha permesso di risalire alla pressione ed alla temperatura dei vari strati di atmosfera, fino alla superficie: da questi dati è emerso che la pressione al suolo è superiore a quella terrestre (1.6 atmosfere contro 1) e che la temperatura è pari al valore medio di -180° (Titano si trova a 9.5 volte la distanza Terra-Sole, riceve quindi circa 1/100 della radiazione elettromagnetica che dal Sole investe la Terra). A partire da questi risultati si è cercato di ipotizzare un modello di atmosfera che si adattasse ai dati.

Modelli geofisici di Titano. Si è pensato subito alla possibilità di oceani di metano puro sulla superficie per spiegare le alte quantità di metano in atmosfera visto che, senza una fonte in grado di rifornirla, il metano contenuto in essa verrebbe dissociato dai raggi ultravioletti solari nell'arco di poche migliaia di anni. Esistono però processi fisici che possono rendere difficilmente realizzabile una simile ipotesi. Il metano, infatti, viene agevolmente scisso dagli UV solari (dissociazione fotolitica o fotolisi) nell'alta atmosfera, dando luogo, mediante processi di ricombinazione, ad altri idrocarburi quali etano e propano, che tendono, condensando, a precipitare nell'oceano di metano nel quale sono miscibili e a renderlo, quindi, una miscela di vari idrocarburi. Quest'idea sarebbe avvallata dal fatto che tale miscela è stabile e che avrebbe un punto di ebollizione molto vicino alla temperatura superficiale del satellite, rendendo possibile una certa evaporazione ed instaurando, quindi, una sorta di ciclo idrogeologico nel quale l'acqua sarebbe sostituita da metano liquido. Anche questa ipotesi, però, non è esente da problemi. Una superficie liscia ed uniforme come quella di un oceano non dà luogo ad echi radar forti come quelli registrati su Titano, che invece ben si accorderebbero con una superficie di ghiaccio d'acqua anche abbastanza corrugata. Per verificare questa ipotesi si sono tentate osservazioni nella banda dell'infrarosso, alla quale la spessa atmosfera di Titano è semitrasparente, ricavando dati che fanno pensare a strutture permanenti, quali masse solide o, addirittura, continenti.

Però, una superficie in gran parte costituita da oceani che circondano terre emerse mal si accorda con l'orbita del satellite attorno a Saturno, che è abbastanza eccentrica: l'attrito dovuto alle forze mareali, infatti, avrebbe dovuto circolarizzare nel tempo l'orbita di Titano. Nell'ottobre del 1994 l'HST ha individuato, poi, una struttura chiara delle dimensioni dell'Australia (circa 5000 km di estensione; ricordiamo che, alla distanza di Titano, la risoluzione dell'Hubble è di 0".1, cioè circa 600 km), che potrebbe essere spiegata come una massa continentale corrugata o come terre emerse ricoperte da ghiacci chiari, che sarebbero poi da spiegare: infatti, gli idrocarburi e le polveri sospese in atmosfera dovrebbero rendere scuro ogni tipo di struttura in superficie. E' importante notare, comunque, come la presenza di questa struttura nell'emisfero "posteriore" rispetto al moto orbitale di Titano, con una longitudine, cioè, di circa 70° (prendendo come riferimento convenzionale, pari a 0°, la longitudine del centro della faccia del satellite che guarda costantemente Saturno; ricordiamo che Titano ruota attorno a Saturno in modo sincrono, rivolgendo al pianeta sempre la stessa faccia), sia consistente con l'ipotesi fatta, intorno la metà degli anno '80 di possibili maree sul satellite dovute appunto alla eccentricità del moto orbitale. La presenza di questa struttura è stata poi la conferma di precedenti osservazioni all'infrarosso che mostravano un albedo più elevato (una riflettività pari, quasi costantemente su più osservazioni, al 20% in più rispetto all'emisfero opposto) alla massima elongazione est.

Restando con l'attenzione su questo continente, si è giunti anche ad una convincente interpretazione di questa estrema brillantezza, che, come detto, è difficilmente spiegabile visto che, per l'insieme atmosferico del satellite, i ghiacci dovrebbero essere molto scuri. L'ipotesi chiama in causa un ciclo di precipitazioni oceano-continente, molto simile a quello osservato sulla Terra nelle zone montuose a ridosso degli oceani: gli idrocarburi, che evaporano dagli oceani circostanti le vette, sarebbero trasportati dai leggeri venti verso di esse; condensando, darebbero luogo ad una pioggia di idrocarburi che "pulirebbe" letteralmente i crinali, rendendo i ghiacci estremamente brillanti. Per contro, è stato osservato che queste "zolle" continentali sarebbero circondate da zone alquanto scure, cioè proprio quanto ci si aspetterebbe da un oceano di idrocarburi quale quello ipotizzato per Titano, che dovrebbe avere un colore tendente al nero.

Come abbiamo visto, la presenza di un *oceano di metano* potrebbe presupporre quella di un suo *ciclo idrogeologico*, simile a quello dell'acqua sul nostro pianeta: evaporazione del metano dagli oceani, condensazione in nubi e precipitazione, poi, del metano dopo condensazione. Tale ipotesi è stata confermata diverse volte. Certo, questo è un fenomeno osservabile ed effettivamente osservato, ma resta da capire qual è il motore di tutto ciò.

Per completare il quadro che si intende fornire dell'atmosfera e della superficie di Titano, mancano ancora due importanti aspetti: il materiale organico e l'ossigeno. Per quanto concerne il primo, dalla valutazione della riflessione dei raggi solari da parte dell'aerosol presente nell'atmosfera di Titano è stato valutato che quest' ultimo debba essere formato da particelle aventi un diametro medio di circa mezzo millesimo di millimetro. Ovviamente, la gravità del satellite tende a farle precipitare verso la superficie e questo moto favorisce l'aggregazione di particelle contigue, che cadono sempre più velocemente. Questo porta a due processi correlati: la diminuzione dei composti complessi (soprattutto a base di carbonio e azoto) nell'atmosfera ed il loro conseguente accumulo sulla superficie.



Fig.1.1 *L'illustrazione mostra il profilo di temperatura, la struttura possibile dell'atmosfera e della superficie di Titano*

Per quanto concerne il secondo punto, in questa atmosfera scarseggia l'ossigeno, che è però abbondantemente presente nei ghiacci d'acqua in superficie. Carl Sagan suggerì, nel 1992, che qualche occasionale impatto meteorico potesse fondere i ghiacci d'acqua instaurando cicli di reazioni chimiche tra i composti organici in atmosfera e disciolti nei bacini liquidi in superficie con l'acqua liquida (e quindi l'ossigeno) derivata dall'impatto. Alcuni calcoli mostrano inequivocabilmente che c'è la possibilità concreta che queste reazioni durino un tempo sufficiente (diverse centinaia di migliaia di anni) alla formazione di semplici aminoacidi e piccole proteine.[8]

Obiettivi scientifici. Sulla base di queste considerazioni, in breve, possiamo elencare gli obiettivi dell'indagine scientifica su Titano [7]:

a) Determinare i costituenti atmosferici e le loro percentuali (includendo anche gas nobili), stabilire le caratteristiche degli isotopi degli elementi più presenti, ricostruire lo scenario della formazione ed evoluzione di Titano e della sua atmosfera.

b) Osservare le tracce dei gas in direzione verticale ed orizzontale, ricercare il maggior numero possibile di molecole organiche complesse, investigare le fonti di energia per la chimica atmosferica, creare un modello fotochimico e stratosferico.

c) Misure dei venti e delle temperature globali; investigare le proprietà delle nubi osservate: circolazione generale, effetti stagionali dell'atmosfera di Titano, ricerca delle lightning discharges.

d) Determinare lo stato fisico, la topografia e la composizione della superficie; analizzare la struttura interna del satellite.

e) Investigare lo strato più esterno dell'atmosfera e la sua ionizzazione; definire il suo ruolo come fonte di particelle neutre e ionizzate per la magnetosfera di Saturno.

1.1-3 Indagine scientifica del sistema di anelli di Saturno.

a) Studio della configurazione degli anelli e dei processi dinamici (gravitazionali, viscosi, erosione, ed elettromagnetici) responsabili della struttura degli anelli stessi.

b) Mappatura della composizione, grandezza e distribuzione del materiale costituente gli anelli.

c) Investigazione tra le interazioni tra gli anelli e le lune ghiacciate.

d) Determinare la distribuzione delle polveri meteoritiche e delle meteoriti in prossimità degli anelli.

e) Studio delle interazioni tra gli anelli e la magnetosfera, ionosfera ed atmosfera di Saturno.

1.1-4 Indagine scientifica delle lune ghiacciate di Saturno.

a) Determinare le caratteristiche generali e la storia geologica dei satelliti di Saturno.

b) Definire il meccanismo del "crustal" e le variazioni superficiali, sia esterne che interne.

c) Investigare la composizione e distribuzione del materiale sulla superficie, particolarmente le zone non illuminate, materiali organici etc.

d) Costruire un modello della formazione dei satelliti in questione e della loro struttura interna.

e) Investigare l'interazione tra la magnetosfera ed il sistema degli anelli e la possibile iniezione di gas nella magnetosfera.

1.1-5 Studio della Magnetosfera di Saturno

a) Determinare la configurazione e le variazioni del campo magnetico e la sua relazione con la Saturn Kilometric Radiation (SKR).

b) Determinare l'attuale configurazione, composizione, fonti, e rilascio di particelle cariche della magnetosfera.

c) Investigare l'interazione onda-particella e le dinamica della magnetosfera e della magnetotail di Saturno e la loro interazione con il vento solare, i satelliti e gli anelli.

d) Studio degli effetti dell'interazione tra Titano, il vento solare ed il plasma magnetosferico.

e) Investigare le interazioni dell'atmosfera di Titano e della sua esosfera con il plasma che lo circonda.

2. Descrizione delle fasi della missione

Il lancio dello spacecraft NASA/ESA Cassini-Huygens da Cape Canaveral è avvenuto il 15 ottobre 1997 alle 09:43 UT (decimo giorno della finestra di lancio) ed ha utilizzato il vettore Titan IVB/Centaur SRMU¹.



Fig. 1.2 Raffigurazione dello spacecraft Cassini-Huygens

La sonda Cassini percorrerà, in sette anni, 3.2 miliardi di Km prima di raggiungere Saturno, ed altri 1.7 miliardi di Km in orbite nel sistema Saturniano (ne sono previste almeno 74).

La sonda Cassini è un apparecchio di 6.8 metri che, a vuoto, cioè senza carico di combustibile (oltre 3100 Kg), pesa più di 2 tonnellate e mezzo (di cui oltre mezza tonnellata di strumenti scientifici) e con un costo che è arrivato a sfiorare i 3.3 miliardi di dollari. È mossa da due motori ridondanti, che fanno parte del Propulsion Module Subsystem (PMS) e da generatori a radioisotopi contenenti circa 30 kg di plutonio. I primi

¹ Il TITAN IVB/Centaur SRMU rappresenta la quarta generazione (IV) di una famiglia di lanciatoti (TITAN) la cui prima versione è stata progettata nel 1950. La lettera B si riferisce ad un modello aggiornato rispetto alla prima versione del TITAN IVA. SRMU sta per Solid Rocket Motor Upgrade.

utilizzano una miscela di tetrossido di azoto e monometilidrazina e vengono utilizzati per cambi di orbita e di traiettoria.

| Mass breakdown of the Cassini/Huygens spacecraft. | | | | | |
|---|---------|--|--|--|--|
| Orbiter | 2068 kg | | | | |
| Probe (inc.44 Kg payload) | 318 kg | | | | |
| Probe Support Equipment | 30 kg | | | | |
| Launch adaptor | 135 kg | | | | |
| Bipropellant | 3000 kg | | | | |
| Monopropellant | 132 kg | | | | |
| Launch mass | 5683 kg | | | | |

TAB. 1.2 Valori della massa al lancio dello spacecraftCassini Huygens

Lo spacecraft è stabilizzato sui tre assi. Durante la maggior parte del tour, sono usate delle reaction wheels per il controllo dello spacecraft, in quanto, queste ultime non consumano propellente e sono molto efficienti. Invece, durante i flybys con Titano, si utilizzeranno dei thrusters per il controllo dell'assetto e per l'esecuzione delle manovre orbitali. Questi ultimi fanno parte anch'essi del PMS, utilizzano idrazina e sono controllati dall'Attitude and Articulation Control System (AACS) al fine di effettuare piccole correzioni orbitali, controllo d'assetto e desaturazione delle ruote di inerzia.

Importantissimo, per il funzionamento del radar, è l'assetto della sonda garantito da un sottosistema chiamato IRU (Inertial Reference Unit), costituito da giroscopi senza parti in movimento, basati sulla misura precisa del cambiamento dell'asse di vibrazione di cristallo di quarzo al variare anche minimo dell'assetto; in più sono presenti quattro volani e diversi sensori stellari.

In tutto il tragitto la sonda avrà l'antenna grande HGA puntata verso il Sole, sia per facilitare le comunicazioni con la Terra, sia per fare da scudo alla sonda stessa, proteggendola dalle radiazioni.

1.2 Tragitto interplanetario (dal 14-11-1997 al 07-11-1999).

La sonda è stata lanciata verso Venere per sfruttare due gravity-assist con il pianeta, il 26 Aprile 1998 ed il 24 Giugno 1999 (questo passaggio a soli 598 km dalla superficie); dopo 55 giorni, il 18 Agosto 1999, la sonda viene lanciata dalla gravità terrestre (flyby c.a. 1166 Km) verso Giove dove è giunta il 30 Dicembre 2000 ad una distanza di 10 milioni di Km dal pianeta gigante. Il flyby con Giove ruota la traiettoria di 12° ed aumenta la velocità eliocentrica di circa 2 Km/sec.

La necessità di ripetute manovre di flyby nasce dall'enorme distanza che la sonda deve coprire (3.2 miliardi di Km di traiettorie interplanetarie e 1.7 miliardi di Km di orbite intorno Saturno) entro i tempi previsti dall'analisi di missione.

Un flyby è una tecnica di volo - nota in italiano anche con il nome di "effetto fionda" – che sfrutta la velocità relativa del pianeta "assistente" rispetto al Sole per aumentare la velocità della sonda all'uscita del flyby stesso. In generale, tale tecnica è nata dall'impossibilità, durante trasferimenti interplanetari, di raggiungere direttamente il pianeta prescelto, in quanto ciò richiederebbe un carico di propellente non realisticamente trasportabile. Con tale tecnica è sufficiente dirigersi verso il pianeta più vicino su una traiettoria di trasferimento, ad esempio una traiettoria di Hommann. A quel punto si può sfruttare l'incontro ravvicinato (*flyby*, in inglese) con il pianeta per modificare la velocità eliocentrica della navicella e per indirizzarla (direttamente, oppure attraverso un'opportuna combinazione di gravity assist) verso il suo obiettivo finale. Si noti che, mentre per un gravity assist è necessario un flyby, ci può essere un flyby senza gravity assist: in tal caso si tratta semplicemente di un "sorvolo", il quale non comporta la sia pure temporanea entrata in orbita della sonda intorno al corpo che si vuole esplorare. D'ora in avanti, comunque, useremo la parola flyby non più nel suo significato letterale, ma quale comoda abbreviazione di gravity assist flyby, cioè di "flyby con aiuto gravitazionale". [21]

La seguente figura illustra il meccanismo del flyby: lo S/C entra nella sfera di influenza del pianeta target con una certa velocità eliocentrica. A questa va sottratta la velocità del pianeta rispetto al Sole in modo da ottenere la velocità relativa dello S/C rispetto al Pianeta (V_{in} risultante). Sfruttando il campo gravitazionale del pianeta la velocità eliocentrica in fase di uscita (V_{out}) dalla sfera di influenza del pianeta risulta maggiore.



Fig. 1.3 Schema del meccanismo del flyby. Lo S/C entra nella sfera di influenza del pianeta target con una certa velocità eliocentrica. A questa va sottratta la velocità del pianeta rispetto al Sole in modo da ottenere la velocità relativa dello S/C rispetto al Pianeta (Vin risultante). Sfruttando il campo gravitazionale del pianeta la velocità eliocentrica in fase di uscita dalla sfera di influenza del pianeta risulta maggiore.

Il vettore Titan IVB ha fornito l'energia necessaria per una traiettoria diretta verso Venere. In seguito ai quattro gravity-assist previsti la sonda ha ricevuto degli incrementi di velocità (relativa rispetto al Sole) tali da spingerla verso Saturno entro il 01/07/2004, data prevista per l'inserimento in orbita di Saturno. Tale traiettoria interplanetaria seguita dalla sonda è detta "VVEJGA (Venus-Venus-Earth-Jupiter Gravity Assist) trajectory". [2]

I delta-V (incrementi di velocità relativa della sonda rispetto la Sole) per i quattro flybys per la VVEJ trajectory sono riportati nella tabella seguente: [3]

| Flyby | Data (gg/mm/aa) | Range (Km) | Vel. closest appr.(Km/s) | Delta-V (Km/s) |
|--------|------------------|--------------|--------------------------|----------------|
| Venere | 26 Aprile 1998 | 284 | - | 6 |
| Venere | 24 Giugno 1999 | 598 | 11.8 | 7 |
| Terra | 18 Agosto 1999 | 1175 | 19.0 | 6 |
| Giove | 30 Dicembre 2000 | $9.7*10^{6}$ | 11.6 | 2 |

TAB. 1.3 Caratteristiche dei flvbvs durante la fase interplanetaria della missione.

Nella seguente tabella sono riportate alcune date rilevanti previste per la missione:

| Date rilevanti nella missione Cassini Huygens | | | |
|---|----------|-------------------|--|
| | Data | Giorni dal lancio | |
| Lancio | 15-10-97 | 0 | |
| 1°flyby con Venere | 26-04-98 | 198 | |
| Inizio finestra per uso HGA | 28-12-98 | 436 | |
| Fine finestra per uso HGA | 21-01-99 | 461 | |
| 2°flyby con Venere | 24-06-99 | 622 | |
| Flyby con la Terra | 18-08-99 | 680 | |
| Riapertura finestra HGA | 29-01-00 | 696 | |
| Flyby con Giove | 30-12-00 | 1181 | |
| Inizio osservazioni scientifiche | 01-01-04 | 2277 | |
| SOI | 01-07-04 | 2460 | |
| Separazione del probe Huygens | 25-12-04 | 2588 | |
| Manovre per il flyby con Titano | 30-12-04 | 2590 | |
| Incontro Huygens-Titano | 14-01-04 | 2609 | |
| Fine missione nominale | 01-07-08 | 3921 | |

TAB. 1.4 Date rilevanti previste per la missione Cassini Huygens

La figura seguente illustra la traiettoria interplanetaria VVEJGA. In essa sono disegnate le traiettorie seguite dalla sonda a partire dal lancio fino al primo flyby con Venere (traiettoria in viola), la traiettoria che dal primo flyby con Venere ha lanciato la sonda verso il secondo flyby con Venere (traiettoria azzurra) ed infine la traiettoria che è stata seguita dalla sonda durante il flyby con la Terra ed in seguito la traiettoria verso Giove e Saturno (in rosso).



Fig. 1.4 Rappresentazione della "VVEJGA (Venus-Venus-Earth-Jupiter Gravity Assist) trajectory"

Di notevole interesse risulta l'accuratezza con cui è stata scelta la finestra di lancio. La scelta della finestra di lancio è stata fatta in funzione della necessità di ottenere un flyby con Giove che spingesse la sonda verso Saturno secondo la traiettoria prestabilita. Tale operazione è effettuabile solo quando Giove e Saturno sono in congiunzione astrale. Tale situazione si verifica in un periodo di tre anni ogni venti (Voyager ha usato l'equivalente periodo 1976-1978). La scelta, poi, della finestra ottimale, è dipesa dai requisiti sulla durata della missione. La finestra di lancio utilizzata (6 ottobre - 4 novembre 1997) permette di giungere all'inserimento in orbita di Saturno il 01/07/2004, data che presenta una serie di vantaggi di cui in seguito discuteremo. La successiva finestra di lancio (28/11/1997 – 11/01/1998 con traiettoria VEEGA) avrebbe comportato un arrivo posticipato di circa 2 o 3 anni rispetto a quello predetto dalla prima opzione. [1]



Fig. 1.5 Rappresentazione della "VVEJGA (Venus-Venus-Earth-Jupiter Gravity Assist) trajectory

1.2-1 Approach science subphase (dal 12-01-2004 al 10-06-2004)

L'Approach Science Subphase inizia sei mesi prima dell'immissione in orbita intorno Saturno e termina tre settimane prima dell'immissione stessa, quando lo spacecraft si avvicinerà a Saturno con una velocità di circa 5 Km/s. Durante la fase di avvicinamento la traiettoria seguita dallo spacecraft è inclinata rispetto al piano degli anelli per ridurre il danno dovuto alla collisione con le particelle durante l'attraversamento del piano degli anelli di Saturno, tra l'anello F e G, ad una distanza di 2.6 RS dal Pianeta. [1].

La maggior parte delle attività scientifiche durante questa fase consiste nell'osservazione di Saturno e dei suoi anelli, nella preparazione al flyby con la luna ghiacciata Phoebe, nelle manovre per l'inserimento in orbita Saturniana e preparazione per l'Operation Tour. [2]

1.2-3 Saturn Orbit Insertion

Le manovre di inserimento in orbita, SOI (Saturn Orbit Insertion) inizieranno il 01 Luglio 2004, circa 90 minuti prima del periasse della prima orbita e durerà per circa 96 min. Come in precedenza anticipato, tale data è ottimale per tre motivi:

- Permette un flyby con la luna Phoebe ad una distanza di 2000 Km al closest approach, prevista per l'11 giugno 2004 19:33 UTC con una velocità di 6.4 Km/s, 19 giorni prima dunque della SOI.
- Migliore geometria di osservazione degli anelli a causa della loro inclinazione relativa all'orbita
- Minore consumo di potenza

All'arrivo su Saturno, Cassini farà il suo approccio più vicino al pianeta passando al closest approach ad una distanza di 0.33 RS dalla superficie, solo 20000 km sopra il limite delle nuvole. Circa 90 minuti prima del periasse della prima orbita (2004-Jul-30 23:05 UTC) verrà acceso uno dei due motori per una durata di 96 minuti allo scopo di diminuire la velocità di 633 m/s per effettuare l'inserimento in orbita Saturniana (fig. 1.6); tale

manovra di SOI immette lo spacecraft in una prima orbita con asse di 1.33x178 raggi Saturniani (1RS=60268 Km), periasse 1.3 RS, periodo orbitale di 148 giorni (21 settimane), inclinazione di 16.8° che consumerà 830 kg del propellente principale. È stabilito che l'incertezza massima sul punto di inserimento in orbita sia minore di 130 Km. Poco dopo il passaggio al periasse, lo spacecraft entrerà in una zona (dietro a Saturno, rispetto alla direzione del Sole, fig.7) in cui avverranno le occultazioni della Terra e del Sole ad opera di Saturno stesso. In seguito alla ripresa delle comunicazioni con la Terra, interrotte durante l'occultazione², lo spacecraft resterà puntato verso la Terra per nove ore per permettere tutte le operazioni di controllo a terra dello status della sonda.

In seguito alla SOI una coppia di manovre correttive di *cleanup* verranno usate per correggere errori di inserimento in orbita. La prima immediatamente dopo la congiunzione superiore (SOI + 3 giorni), la seconda in seguito alla congiunzione (SOI + 16 giorni). Il *Probe checkouts* avverrà a SOI + 14 giorni, mentre la *Probe Release Maneuver* (PRM) dieci giorni prima della separazione (fig. 1.7).



Fig. 1.6 *Rappresentazione della Saturn Orbit Insertion. Nella figura si possono vedere le fasi e la durata della SOI burn e delle occultazioni della Terra e del Sole.*

² Durante l'intero Tour sono previste numerose orbite di occultazione. Questo accade quando la Terra, il Sole o le stelle non sono direttamente osservabili dal satellite in quanto nascosti da Saturno, Titano o dagli anelli stessi di Saturno. Queste orbite sono sfruttate per esperimenti scientifici che si propongono lo studio della struttura e composizione dei corpi celesti.

Un' accensione di 50 minuti del motore di apoasse, con un delta-V di 397.62 m/s (95%), 13 giorni dopo l'apoasse dell'orbita post-SOI, cioè il 23 Agosto 2004, modificherà l'orbita, portando il periasse a 8.2 Raggi Saturniani (PRM, periapse raise maneuver) per ridurre la velocità durante il flyby, tra Cassini e Titano (5.4 Km/s al closest approach), previsto per il 2005-Jan-14 11:04 UTC, nel quale è previsto il rilascio della Huygens.

Seguiranno altri due flyby con Titano, il primo classificato "aTI Titan flyby", il 2004-Oct-26 15:30 UTC ad una quota minima di 1200 Km ad una velocità di 6.1 Km/s (velocità relativa dello S/C rispetto a Titano), il secondo "bTI Titan flyby" previsto per il 2004-Dec-13 11:37 UTC ad una quota al closest approach di 2358 Km, alla velocità di 6 Km/s.



Fig. 1.7 Schema delle tre orbite necessarie al rilascio della sonda Huygens.PRM è la periapse raise manuever; PTM è la periapse raise maneuver; ODM è la orbiter deflection maneuver.

La figura 1.7 schematizza le manovre delle prime orbite post-SOI necessarie al rilascio della sonda Huygens .



Fig. 1.8 Rappresentazione della SOI nel sistema Saturniano.La zona oscurata rappresenta la zona di occultazione della Terra e del Sole.

1.2-4 Schema della missione del Probe Huygens.

Un primo schema di missione prevedeva il rilascio del probe il 27 Novembre 2004; questo schema è stato modificato per motivi inerenti la trasmissione dei dati durante il rilascio della sonda [4]. Infatti è sorto un problema che ha messo in forse l'unica possibilità della sonda Huygens di scendere attraverso l'atmosfera di Titano: qualcosa non ha permesso di misurare completamente lo scostamento Doppler dovuto alla velocità della sonda. Il ricevitore radio della Cassini non avrebbe avuto una banda sufficientemente larga da permettere la ricezione di tutti i preziosi dati trasmessi dalla Huygens. Poiché la navicella si trova in viaggio verso Saturno dal 1997, non ci sono possibilità di soluzioni strutturali.

Dopo aver studiato il problema per sei mesi, i manager della missione della NASA e dell'Agenzia Spaziale Europea hanno escogitato una nuova strategia, che dovrebbe permettere il salvataggio di tutte le informazioni della Huygens. Per ridurre lo spostamento Doppler nella frequenza di trasmissione della sonda, la Cassini passerà intorno Titano ad una distanza di molto superiore, 60000 chilometri anziché i previsti 1.200, e sono previste anche delle modifiche al sistema di comunicazione. Alcune problematiche, come la localizzazione del punto esatto dell'atterraggio della sonda, sono in fase di ottimizzazione.

Durante il primo schema di missione era previsto che, se ci fosse stato qualche problema con lo S/C o il segmento terrestre nell'esecuzione della missione della sonda al primo passaggio su Titano, si poteva prendere la decisione, al massimo alcuni giorni prima della prevista separazione della sonda, di ritardare il tutto sino al flyby con Titano (cTI) del 14 gennaio 2005 (questo è possibile in quanto le prime orbite sono risonanti). In seguito ai cambiamenti richiesti, lo sgancio del probe avverrà il 24-12-2004, 11 giorni prima del secondo flyby durante il quale la sonda Huygens scenderà su Titano (il 14 gennaio 2005 alle 11:04 UTC).

Nello schema di missione attuale è previsto che il 18 Dicembre 2004, 22 giorni prima il cTI flyby, l'intera S/C faccia una manovra per acquisire una **traiettoria di impatto su Titano (Probe Targeting Maneuver)** utilizzando un impulso di velocità pari a 12.68 m/s (95%). Due giorni dopo, 20 Dicembre 2004, l'orbiter ruoterà su se stesso per orientare la sonda verso la sua quota di entrata, fornendole una rotazione di poco più di 7 giri al minuto, e per permettere il rilascio ad una velocità di separazione pari a circa 0.3 m/s.

Cinque giorni dopo la separazione, il 29 Dicembre 2004, l'orbiter effettuerà una manovra di *Orbiter Deflection Manoeuvre* (ODM), con un delta-V di 26.4 m/s (95%), per assicurare che l'orbiter non segua la sonda nell'atmosfera di Titano e stabilire la geometria adatta per il collegamento con la stazione ripetitrice della sonda.

La durata di questa manovra è dettata dall' *Orbiter Delay Time* (ODT) e dalla lunghezza della fase di avvicinamento della sonda. L'ODT definisce e stabilisce le specifiche per la trasmissione dei dati tra orbiter e sonda. L'ODM piazza l'orbiter su una traiettoria di volo che lo porterà ad una quota di 60000 Km al closest approach. Dopo 22 giorni di avvicinamento, il Probe arriverà ad una quota di 1270 Km dalla superficie di Titano. Questo punto è detto "NASA/ESA interface point" ed è definito come l'inizio dell'ingresso e discesa della sonda nell'atmosfera di Titano.

La figura seguente illustra le fasi di avvicinamento della sonda Huygens all'atmosfera di Titano e la posizione relativa tra Orbiter e Probe durante tale fase della missione.



Fig. 1.9 *Posizioni relative del Probe e dell'Orbiter durante la Huygens mission. (PAA= probe aspect angle; ODT = Orbiter delay time;*

La sonda Huygens ha come obiettivo un angolo di ingresso di -64° ed un atterraggio sul lato illuminato di Titano³ ad una latitudine di 18.4° e 200° Est. Durante l'ingresso il Probe decelererà da Mach 22.5 a Mach 1.5 in meno di due minuti ed è protetto dal flusso di calore indotto dall'atmosfera da cosiddetti front heat-shield di diametro pari a 2.75 m. Approssimativamente 4.45 minuti dopo l'ingresso del probe la Central Acceleration Sensor Unit misurerà la decelerazione (al tempo T₀). A questo punto la fase di ingresso della sonda sarà conclusa ed inizierà la fase di discesa. La durata nominale della fase di discesa è di 137 minuti, dei quali 43 permetteranno la trasmissione dei dati alla HGA dell'orbiter con un data rate di 8 kbit/s. Per permettere l'atterraggio in condizioni sicure, il Probe utilizzerà un complesso sistema di frenaggio (Parachute Deployment

³ Titano è la luna più grande di Saturno, con un raggio di 2575 Km, massa pari al 2% di quella terrestre, periodo orbitale di 16 giorni, su una orbita di eccentricità 0.0292 e raggio medio 1221850 Km. Titano durante la sua rotazione rivolge sempre la stessa faccia rispetto la superficie di Saturno.

Device PDD, Disk Gap Band). L'ora in cui il Probe toccherà il suolo di Titano è prevista entro un margine di 15 minuti dall'ora nominale (T_0 +137min38.375s); ciò è dovuto alle eventuali variazioni della densità atmosferica della luna, dai possibili aumenti di massa del Probe , dovuti alla formazione di ghiaccio, dalle variazioni della forza frenante dovuta alle oscillazioni del paracadute, ed infine, ma non meno rilevante, dalla topografia di Titano del tutto ignota. [5]



TAB. 1.5 Caratteristiche della missione Huygens

1.2-5 Descrizione dell' Orbital Tour

Il sistema di orbite nominali dell'orbiter, detto T18-3, prevede 74 orbite a varie inclinazioni con periodo orbitale compreso tra i 7 ed i 155 giorni, con periasse compreso tra 2.6 e 15.8 Raggi Saturniani (1RS=60268 Km). [2]

Le diverse inclinazioni [0, 75]° permettono una migliore visualizzazione e studio della formazione degli anelli di Saturno, mappature tridimensionali del campo magnetico, occultazione del Sole ecc. A causa delle diverse inclinazioni e delle traiettorie previste lo schema delle orbite nominali è detto "petal" in quanto ricorda il petalo di un fiore.



Fig. 1.10 Raffigurazione dello schema orbitale "petal" T18-3.

Ciascuna orbita intorno Saturno è identificata assegnando ad ognuna un numero intero progressivo, che rappresenta l'*orbit revolution*. Ciascuna orbita inizia e termina all'apoasse; l'orbita parziale che va dal SOI al primo apoasse è contraddistinta come *rev* θ . Le orbite necessarie al rilascio del probe, alcune coperte solo parzialmente, sono identificate con le lettere *a*, *b*, *c*. Il tour nominale comincia al termine della fase di rilascio della sonda e le orbite sono indicate con un *revolution number* che va da 3 a 74. La seguente figura suddivide le orbite per inclinazione.



Fig. 1.11 Suddivisione delle orbite del Tour T18-3 in funzione delle specifiche caratteristiche

Un apporto notevole al compimento delle 74 orbite previste tra il 2004 e 2008 verrà dato proprio da Titano, con il quale la sonda avrà 44 incontri ravvicinati che forniranno sia lo spunto per analisi dettagliate sia la spinta, il motore gravitazionale per il proseguimento della missione stessa.

Questo perché Titano, con la sua massa pari al 2% di quella terrestre, è idoneo a supportare agevolmente i gravity-assist previsti. Tale sistema è stato progettato da A.Wolf al JPL (Jet Propulsion Laboratory) della NASA e prevede persino di spingere la Cassini al di sopra del piano dei pianeti del sistema solare (piano dell'eclittica), operazione effettuata prima solo dalla sonda Ulysses.

Dei 44 incontri con Titano 29 hanno un passaggio ad una quota minima inferiore a 4000 Km, mentre 15 hanno una quota al closest approach compresa tra 950 e 1100 Km. Per ciascuno dei flybys la velocità dello spacecraft è dell'ordine dei 5-6 Km/s; si assume come valore medio di riferimento 5.75 Km/sec [6].

Come conseguenza della massa considerevole di Titano, l'orbiter risentirà di incrementi di velocità relativa rispetto al Sole complessivamente dell'ordine di 33 Km/s (più di quelli ottenuti nel volo interplanetario). Tali incrementi sono più che sufficienti per fare manovre di cambiamento dell'inclinazione dell'orbita relativamente all'equatore di Saturno attraverso una vasta gamma di geometrie di osservazione predeterminate. La tabella seguente riporta le date previste per alcuni flyby con Titano:

| Alcune date previste per i Titan flyby | | |
|--|------------|--|
| Titan 1 Flyby | 10/26/2004 | |
| Titan 2 Flyby | 01/14/2005 | |
| Titan 3 Flyby | 02/15/2005 | |
| Titan 4 Flyby | 03/31/2005 | |
| Titan 5 Flyby | 04/16/2005 | |
| Titan 6 Flyby | 08/22/2005 | |
| Titan Flyby Continue | 2005-2008 | |

TAB. 1.6 Date previste per i Titan Flybys

Ovviamente sono previsti anche numerosi flybys con le altre lune ghiacciate di Saturno. In particolare sette di questi flybys sono previsti con quota al closest approach pari a 1000 Km, mentre altri 27 flybys hanno una quota al closest approach intorno ai 100000 Km.

Lo scopo di tali flybys è quello di completare la mappatura del sistema di Saturno e nel contempo svolgere attività di ricerca scientifica. Almeno nominalmente, tali flybys non arrecano contributi significativi in termini di variazione dei parametri orbitali.

| Flybys altre lune ghiacciate | range (Km) |
|------------------------------|------------|
| 7 | 1000 |
| 27 | 100000 |

TAB. 1.7 Suddivisione dei flybys con le lune minori in funzione della quota al c. a.

Ad ogni flyby, a causa dell'effetto di gravity-assist, la traiettoria dello spacecraft viene modificata. E' cruciale che la conoscenza dei parametri orbitali e della geometria di osservazione per ogni flyby siano molto precise, perché la somma di tutti gli impulsi di velocità messi a disposizione per eventuali correzioni orbitali (*cleanup maneuvre*, per ogni flyby è a disposizione un delta-V di 11 m/s) durante i quattro anni di orbite Saturniane, non deve superare i 500 m/s, molto meno dell'incremento medio ad ogni flyby con Titano (delta-V=770 m/s).

Pertanto, sfruttando i dati del tracking radiometrico e le immagini ottiche, rilevate durante la navigazione intorno Titano e gli altri satelliti, rispetto ad una o più stelle predeterminate, i progettisti del Navigation Team possono predire un controllo sull'errore dell'ordine dei 10 Km per ogni flyby con Titano, errore accettabile per il quantitativo di propellente a disposizione.



Fig. 1.12 Classificazione delle orbite del Tour T18-3. La figura a sinistra rappresenta lo schema orbitale visto dal polo Nord di Saturno. La figura a destra è lo stesso schema visto rispetto all'equatore di Saturno. In tale figura si mette in risalto la variazione delle inclinazioni, rispetto all'equatore di Saturno, delle varie orbite durante il Tour.

Nella figura precedente (Fig. 1.12) è riportata una classificazione delle orbite del Tour T18-3. L'orbita più esterna tratteggiata rappresenta l'orbita di Iapetus. Le varie fasi del tour sono indicate con colori differenti. Le orbite indicate con il bianco avvengono in un periodo compreso tra 1 luglio 2004 e 15 febbraio 2005, incluse la SOI, il rilascio del Probe e la Huygens mission. Le orbite indicate con il viola avverranno tra 15 Febbraio 2005 e 1 Aprile 2005. Le orbite in arancio si svolgeranno dal 1 Aprile 2005 al 7 Settembre 2005 ed includono una serie di importanti sequenze di occultazione. Le orbite in verde invece dal 7 Settembre 2005 al 22 Luglio 2006. Le blue dal 22 Luglio 2006 al 30 Giugno 2007 ed includono un trasferimento di 180°. Le orbite gialle si svolgeranno in un periodo che va dal 30 Giugno 2007 al 31 Agosto 2007 ed includono una rotazione dell'apoasse . Le orbite rosse vanno dal 31 Agosto 2007 fino alla fine della missione nominale (1 Luglio 2008) e prevedono delle sequenze ad alta inclinazione.

1.2-6 Strategia generale dei Titan flybys

I flybys previsti durante la missione Cassini-Huygens vengono indicati con il nome del pianeta interessato dalla manovra, seguito da numeri progressivi indicanti l'ordine in cui avvengono i flybys (i.e. Titan 1, Titan 2....Encedalus 1....Rhea 1, ecc.). I flyby vengono distinti in due categorie:

- "targeted flyby": quando la traiettoria dell'Orbiter è stata disegnata per passare in uno specifico "*aimpoint*" (latitudine, longitudine e quota) nel punto più vicino (closest approach) del flyby. Riguardo Titano, l'aimpoint è selezionato per sfruttare gli effetti dell'influenza gravitazionale della luna Saturniana sull'Orbiter al fine di effettuare le manovre orbitali previste. Per quanto riguarda i flybys con le altre lune ghiacciate, l'aimpoint è selezionato per ottimizzare le osservazioni scientifiche, in quanto l'influenza gravitazione è minima.
- "nontargeted flyby": quando il punto di closest approach durante il flyby è distante molto dal satellite, in quanto gli effetti gravitazionali derivanti dal passaggio possono essere minimi tanto da non richiedere un controllo rigoroso sull' "aimpoint". Questi flybys, numerosi, sono fondamentali per le immagini globali.

I flybys con Titano che avvengono a distanze superiori i 25000 Km al closest approach sono considerati "nontargeted".

Se l'angolo di trasferimento tra due flybys è 360°, l'orbita che connette i due flybys è chiamata *"orbita risonante"*. Molte delle orbite che prevedono dei passaggi vicino Titano sono risonanti (ad esempio le prime orbite sono risonanti in modo tale che l'orbiter e la luna Titano si ritrovano nelle posizioni relative tra loro ai due closest approach). Il periodo delle orbite risonanti di Titano è un multiplo intero del periodo orbitale di Titano stesso.

Il piano di trasferimento orbitale tra due flybys è individuato dai vettori posizione dei flybys rispetto a Saturno. Se l'angolo di trasferimento è o 360° o 180° esiste un numero infinito di piani orbitali che connette i flybys. In questo caso, il piano di trasferimento delle orbite è significativamente inclinato rispetto al piano equatoriale.

Se l'angolo di trasferimento tra due flybys è diverso da 180° o 360°, cosa che generalmente avviene, il piano orbitale individuato dai vettori posizione dei due flybys è unico ed è vicino al piano equatoriale di Saturno. In questo caso l'orbita è non risonante. Le orbite non risonanti hanno un periodo orbitale che non è un multiplo intero del periodo di Titano. Orbite non risonanti sono in genere sfruttate per passare da un Titan flyby inbound ad un Titan flyby outbound, e viceversa.

Di seguito riportiamo in dettaglio le manovre eseguite durante i singoli Titan flyby per meglio comprenderne l'importanza in termini di obiettivi della missione.

Titan 1 – Titan 2. I primi tre flybys con Titano riducono il periodo orbitale e l'inclinazione dell'orbita.

L'inclinazione dell'orbiter, misurata rispetto all'equatore di Saturno, viene ridotta fino a zero solo dopo il terzo flyby; per tale motivo questi tre flybys devono svolgersi tutti nella stessa zona dell'orbita di Titano. I flybys che servono a ridurre il periodo orbitale sono stati progettati per essere inbound, piuttosto che outbound, per realizzare l'ulteriore scopo di ruotare la linea dell'apside in senso antiorario. Questo comporta che l'apoasse si muova verso la linea del Sole, al fine di garantire il tempo necessario per le osservazioni dell'atmosfera di Saturno e per consentire, poi, le occultazioni di Saturno su orbite successive.

Titan 3. Dopo che è stata ridotta l'inclinazione fino a raggiungere un'orbita equatoriale rispetto a Saturno, si opera un flyby inbound con Enceladus sulla quarta orbita che porta al flyby outbound con Titano sulla quinta orbita il 31 Marzo 2005. Il
cambiamento tra un flyby inbound ed uno outbound intorno a Titano orienta la linea dei nodi rendendola quasi normale alla linea della Terra. Questo minimizza l'inclinazione richiesta per ottenere una occultazione di Saturno, pertanto tale flyby prepara le condizioni per la serie di occultazioni degli anelli su orbita quasi equatoriale. In generale un flyby con Titano, che avviene normale alla linea della Terra, può essere inbound o outbound. Per un flyby con Titano, che avviene quasi sopra il terminatore, la S/C è più vicina a Saturno durante l'occultazione se il flyby avviene outbound invece che inbound.

Il risultato scientifico di una occultazione è molto più significativo se la S/C è vicina a Saturno invece che lontana. In particolare, il funzionamento dell'antenna nell'analisi degli anelli è tanto migliore quanto più l'occultazione accade vicino a Saturno, in quanto si incrementa la risoluzione spaziale delle osservazioni del segnale radio scatterato. Questo ha molta influenza sul progetto della fase di osservazione. Infatti, diminuendo l'inclinazione all'equatore, passando da un flyby su Titano inbound ad uno outbound e ruotando l'orbita in senso antiorario all'inizio del tour, si riesce a mantenere la S/C vicino a Saturno durante le serie seguente di occultazioni equatoriali.

Titan 4 - Titan 7. La minima inclinazione richiesta per raggiungere le occultazioni equatoriali è circa 22 gradi. I due flybys outbound del 31 marzo e del 6 aprile 2005 porteranno l'inclinazione a tale valore. Il secondo di questi cambierà anche il periodo orbitale portandolo a 18.2 giorni. A questo punto, vengono completate 7 rivoluzioni dell'orbiter ed 8 di Titano prima del successivo flyby (le orbite sono risonanti), producendo 7 occultazioni della Terra ad opera di Saturno, in prossimità dell' equatore (una per orbita). In tutte le otto rivoluzioni, l'orbiter attraversa l'equatore di Saturno in prossimità dell'orbita di Enceladus; alla quarta rivoluzione, avverrà il secondo flyby su Enceladus. La gravità di Enceladus è troppo debole per spostare significamente l'inclinazione al valore richiesto per raggiungere l'occultazione. Il flyby su Titano del 22 agosto e quello del 7 settembre 2005, ridurranno l'inclinazione ancora una volta portandola verso l'equatore di Saturno.

Titan 8 - Titan 15. Dopo che l'inclinazione si sia ridotta ed il piano orbitale dell'orbiter giaccia nuovamente in prossimità dell'equatore di Saturno, una serie di flybys che si alternano tra flybys inbound, atti all'incremento del periodo orbitale, e flybys outbound, atti a diminuire il periodo, viene usata per ruotare l'orbita in senso orario grazie

alla magnetotail (tale manovra dura circa 10 mesi). Il primo flyby di tale serie avverrà il 26 settembre 2005 e l'ultimo il 1 giugno 2006.

Titan 16. Dopo la rotazione dell'orbita per porre l'apoasse vicino la linea del Sole, l'inclinazione viene aumentata di circa 10 gradi con un flyby, il 6 luglio 2006, per consentire il passaggio attraverso la regione della magnetotail. Alla distanza da Saturno in questione, si assume che la magnetotail sia spazzata via sull'equatore saturniano dal vento solare. Dopo questo flyby, la distanza dell'apoasse è di circa 49 RS. Inoltre attuando un passaggio nella magnetotail, questo flyby, che incrementa l'inclinazione, è il primo di una sequenza di flyby che fissa a 180 gradi la sequenza di trasferimento descritta di seguito.

Titan 17 - Titan 31. Questa serie di flyby completa una sequenza di trasferimento di 180 gradi. I primi flyby di questa sequenza - tutti inbound - sono usati per accrescere l'inclinazione il più velocemente possibile usando unaa quota minima di 950 Km per ogni flyby. Il flyby del 22 Agosto 2006 riduce il periodo orbitale a 16 giorni, aumentando per quanto possibile l'inclinazione. Il periodo orbitale è mantenuto poi costantemente pari a 16 giorni mentre l'inclinazione viene incrementata, eccetto durante un intervallo di 48 giorni tra i flyby del 25 ottobre e del 12 Dicembre 2006. Il flyby del 25 ottobre 2006 riduce il periodo a 12 giorni (una risonanza di 3 giri di Titano per ogni 4 giri della S/C).

Il flyby del 12 Dicembre 2006 incrementa il periodo di nuovo a 16 giorni. Mentre l'inclinazione cresce, il periasse si incrementa e l'apoasse decresce finchè l'orbita è circolarizzata ad una inclinazione di circa 60 gradi. La traiettoria dell'orbiter poi attraversa l'orbita di Titano non in un punto, ma in due punti (i nodi ascendente e discendente), rendendo possibile un trasferimento di 180 gradi da un flyby inbound a un flyby outbound. Dopo che questo trasferimento di 180 gradi è avvenuto, i successivi sette flyby, tutti outbound, riducono l'inclinazione vicino all'equatore di Saturno il più velocemente possibile. Questa sequenza di flyby di trasferimento di 180 gradi (aumento dell'inclinazione compiendo il trasferimento di 180 gradi, poi riducendo di nuovo l'inclinazione) ruota la linea dell'apside di circa 120 gradi così che l'apoasse giaccia tra la linea del Sole ed il terminatore di Saturno. **Titan 32 - Titan 34**. I flyby immediatamente seguenti il completamento della sequenza di trasferimento di 180 gradi e del ritorno del piano orbitale della S/C vicino all'equatore di Saturno, sono usati per mirare ad una serie di flyby con Enceladus, Rhea, Dione e Iapetus. I flybys intorno Enceladus e Rhea avvengono su orbite successive (46 e 47) tra i flyby di Titano, il 28 maggio e 18 luglio 2007. Il flyby su Titano del 1 settembre 2007 incrementa l'inclinazione a 7 gradi per mirare alla luna Iapetus.

Titan 35 - Titan 43. Successivamente al flyby con Iapetus del 18 settembre 2007 l'orbiter è indirizzato verso un flyby outbound su Titano, il 3 Ottobre 2007, che porta la linea dei nodi vicino alla linea del Sole. Con questo flyby inizia la fase della missione dedicata alla sequenza di massima-inclinazione dei flyby, progettati appunto per incrementare l'inclinazione il più possibile al fine della migliore osservazione degli anelli e le misure in sito del campo magnetico e delle particelle (in questo caso, a circa 75 gradi). Le orbite a massima inclinazione durante questa sequenza della missione sono orientate verso il Sole, opposte alla magnetotail, per assicurare alcune occultazioni della Terra da parte di Saturno e degli anelli, ripetute ad intervalli stretti. Durante questa sequenza di flybys, prima l'orbita "avviante" e poi l'orbita "spingente" (dopo essere stata raggiunta una moderata inclinazione), sono usate per aumentare l'inclinazione, eventualmente riducendo il periodo orbitale appena oltre 7 giorni (nove rivoluzioni dell'orbiter, 4 di Titano) Le quote dei passaggi più vicini durante questa sequenza sono tenute al valor minimo consentito, per massimizzare il contributo gravitazionale ad ogni flyby.

La tabella 1.8, di seguito riportata, schematizza le manovre orbitali effettuate grazie ai gravity assist dovuti ai Titan flybys.

| Caratteristiche principali dei Titan flyby | | | |
|--|--|--|--|
| Titan | Obiettivo | | |
| flyby | | | |
| T1-T2 | Riduzione periodo e inclinazione delle orbite per permettere il rilascio del | | |

| | PROBE |
|---------|--|
| Т3 | Rotazione del counterclockwise e trasferimento da inbound a outbound |
| T4-T7 | Aumento dell'inclinazione per occultazioni degli anelli di Saturno |
| T8-T15 | Rotazione verso percorrenza dell'orbita in direzione opposta a quella del Sole |
| T16 | Aumento dell'inclinazione e rotazione per il passaggio magnetotail |
| T17-T31 | Sequenza di trasferimento di 180° (incluso numerose orbite per osservazione |
| | degli anelli) |
| T32-T34 | Obiettivo, l'avvicinamento alle lune ghiacciate Enceladus, Rhea, Dione e |
| | Iapetus |
| T35-T43 | Aumento dell'inclinazione di 71 gradi |

TAB. 1.8 Schematizzazione delle caratteristiche dei Titan flybys.

La figura 1.13 mostra le tracce a terra dei targeted Titan flybys.



Fig. 1.13 - Tracce a terra per i targeted Titan flybys

CAPITOLO II

CALCOLO DEI PARAMETRI ORBITALI DEL CASSINI RADAR ALTIMETER MODE DURANTE I TARGETED TITAN FLYBYS.

Per una analisi delle prestazioni del Cassini Titan Radar Mapper è essenziale conoscere quota e velocità dello spacecraft durante i Titan flybys. In particolar modo, durante ogni targeted flyby, il radar funzionerà in modalità altimetro in un intervallo di quote compreso tra i 9000 Km ed i 4000 Km rispetto alla superficie di Titano. A tale scopo, dai dati ricavabili dalle documentazioni ufficiali del JPL, si è implementato uno script in Matlab che calcola i parametri fondamentali dell'orbita durante il flyby e propaga l'orbita all'interno della sfera di influenza di Titano.

2.1 Patched conic approximation.

Per lo studio delle orbite della sonda Cassini nel sistema Saturniano si adopera un modello orbitale semplificato detto *patched conic approximation*, cioè approssimazione delle coniche connesse. In tale modello si definiscono due zone: una in cui la forza gravitazionale di Saturno è predominante, ed ivi l'orbiter non risentirà di nessun altro disturbo gravitazionale, ed una zona in cui la forza gravitazionale di Titano influisce

maggiormente sul satellite rispetto a quella di Saturno. Tale zona è detta sfera di influenza di Titano. Quindi l'orbita del satellite è distinguibile in due fasi.

Una prima fase in cui prevale nettamente l'attrazione gravitazionale di Saturno, a cui corrisponde una traiettoria conica (ellisse) che ha fuoco in Saturno. Una seconda fase in cui l'orbiter entra nella sfera di influenza di Titano, ed in tale zona risente solo dell'attrazione gravitazionale di Titano; a tale fase corrisponde una traiettoria conica (presumibilmente iperbolica) che ha fuoco in Titano. In tal modo si semplifica il problema di tre corpi (orbiter-Saturno-Titano) studiando:

- Problema di due corpi: Saturno-Orbiter
- Problema di due corpi: Titano-Orbiter

Peraltro, anche nello studio del problema dei due corpi si fanno le seguenti ipotesi fortemente restrittive:

1. I due corpi sono perfettamente sferici ed omogenei e quindi, dal punto di vista degli effetti gravitazionali, si considerano equivalenti a punti materiali, rappresentati dai loro centri geometrici, in cui sono concentrate le masse dei due corpi.

2. Le forze gravitazionali si trasmettono con velocità infinita.

3. Il sistema non risente dell'azione degli altri corpi celesti e quindi i due corpi rappresentano un sistema isolato per il quale devono valere le leggi di conservazione della quantità di moto e del momento della quantità di moto. In particolare la quantità di moto del sistema viene resa nulla scegliendo il centro di massa G del sistema come origine di un sistema polare piano di riferimento; tale riferimento è anche inerziale, in quanto l'asse polare viene scelto in modo da mantenere nel tempo direzione invariata rispetto alle stelle fisse.

4. La rotazione dei due corpi intorno ai loro assi viene trascurata sia dal punto di vista dell'energia che del momento della quantità di moto associati a tale movimento. In accordo con questa ipotesi non si considera nessun effetto reciproco di "marea" tra i due corpi e di conseguenza nessun processo dissipativo.

5. L'energia totale del sistema, somma dell'energia cinetica di traslazione e dell'energia potenziale, si mantiene costante in ogni istante, in quanto il campo gravitazionale è irrotazionale e quindi il sistema risulta conservativo rispetto all'energia totale.

6. In realtà il passaggio da una conica all'altra, cioè dal moto che ha fuoco in Saturno a quello "Titanocentrico" è un processo graduale. Esisterà una regione in cui gli effetti gravitazionali di Saturno vanno diminuendo fino a raggiungere un ordine di grandezza per i quali quelli di Titano non possono essere trascurati.

Si intuisce come tale modello sia molto semplificativo, in quanto, tra le varie cose, non tiene conto del fatto che, durante il moto orbitale della sonda, sono presenti altri corpi, quali le lune ghiacciate di Saturno, che nominalmente non esplicano una azione gravitazionale significativa, ma che comunque creano perturbazioni orbitali. Nonostante ciò, la *patched conic approximation* è utile per avere una idea degli ordini di grandezza delle velocità e delle quote relativamente ai due corpi centrali.

A titolo di esempio, le figure seguenti riportano la propagazione delle prime due orbite post SOI (1 Luglio 2004-26 Ottobre 2004) della sonda Cassini, le quali portano l'orbiter verso il primo Titan flyby (aTI, vedi tabella 2.1) previsto per il 26 Ottobre 2004.

Tali dati sono ricavati dal propagatore orbitale del JPL 020425A_OPK_SM812_T45.BSP.

Le orbite di Cassini sono colorate in rosso, mentre quella di Titano è in magenta. Il punto 'S' indica la posizione di Saturno, origine del sistema di riferimento per le distanze. I punti segnalati sulle orbite indicano la data in cui è prevista la posizione indicata, mostrata approssimativamente ad intervalli di cinque giorni. Il formato della data è **YyyDddd.dd**, che indica l'anno ed il giorno dell'anno.

Tali figure non distinguono, in termini di parametri orbitali, la fase "Titanocentrica" e la fase di orbita sotto l'influenza di Saturno, ma danno un'idea delle distanze dello spacecraft dai pianeti centrali.



Fig. 2.1-*Rappresentazione delle prime fasi orbitali della sonda Cassini in seguito alla SOI.* [JPLD 020425A_OPK_SM812_T45.BSP]



Fig. 2.2-Rappresentazione delle prime fasi orbitali della sonda Cassini in seguito alla SOI [JPLD 020425A_OPK_SM812_T45.BSP]

Le seguenti figure 2.3, 2.4 e 2.5 si riferiscono alle orbite precedentemente raffigurate e riportano la distanza dell'orbiter dal centro di massa di Saturno durante l'orbita. Le distanze sono normalizzate rispetto al valore del raggio equatoriale medio di Saturno (1RS= 60330 Km). Analogamente le fig. 2.6, 2.7 e 2.8 riportano le distanze dell'orbiter dal centro di massa di Titano durante la fase di orbita intorno Saturno. Anche in questo caso le distanze sono normalizzate in funzione del raggio equatoriale medio di Titano (1RT=2575 Km).



Fig. 2.3- Distanza dell'orbiter dal centro di massa di Saturno



Fig. 2.4- Distanza dell'orbiter dal centro di massa di Saturno



Fig. 2.5- Distanza dell'orbiter dal centro di massa di Saturno



Fig. 2.6- Distanza dell'orbiter dal centro di massa di Titano



Fig. 2.7- Distanza dell'orbiter dal centro di massa di Titano



Fig. 2.8- Distanza dell'orbiter dal centro di massa di Titano

Per lo studio delle prestazioni del Radar Altimetro interessa conoscere la parte di orbita "Titanocentrica", cioè il periodo di orbita in cui l'orbiter risente solo dell'attrazione gravitazionale di Titano.

Per fare questo occorre conoscere le condizioni iniziali con cui l'orbiter entra nella sfera di influenza di Titano, cioè bisogna conoscere l'orbita intorno al pianeta centrale (Saturno). Bisogna quindi caratterizzare la sfera di influenza di Titano. In seguito si può propagare l'orbita durante il flyby. A tale scopo è necessario caratterizzare analiticamente le fasi di studio della patched conic approximation.

2.2 Orbita intorno Saturno.

Nel capitolo introduttivo si è descritto il tour orbitale della sonda intorno Saturno. Si è visto come alcune delle orbite della Cassini sono realizzate per ottenere un flyby con Titano. Si è focalizzata, dunque, l'attenzione solo sulle orbite che prevedono un targeted Titan flyby.



Fig 2.9 Nella figura è illustrato lo schema di arrivo nella sfera di influenza di Titano. L'orbita intorno Saturno è disegnata in rosso, mentre la regione che delimita la Sfera di influenza di Titano e tratteggiata in nero.

Oltre alla conoscenza dei parametri orbitali necessari alla propagazione dell'orbita, è necessario conoscere le condizioni di arrivo nella sfera di influenza di Titano: la distanza $\underline{\mathbf{R}}_1$ dell'orbiter da Saturno nell'istante di intersezione t₁ della sfera, velocità $\underline{\mathbf{V}}_1(\mathbf{t}_1)$ dell'orbiter rispetto a Saturno, l'angolo Φ_1 formato dal vettore posizione e dal

vettore velocità all'istante dell'intersezione ed infine l'angolo λ_1 che definisce, rispetto al vettore distanza Saturno-Titano, il punto di arrivo nella sfera di influenza di Titano (fig. 2.9).

Il vettore $\underline{\mathbf{R}}_{1}$ è calcolabile noto il valore dell'angolo λ_{1} : [15]

$$R_{1} = \sqrt{R_{S}^{2} + D^{2} - 2R_{S}D\cos\lambda_{1}}$$
(2.1)

Noto $\underline{\mathbf{R}}_1$ si può calcolare il valore dell'anomalia vera υ_1 dalla conoscenza della quale è possibile calcolare il valore dell'anomalia eccentrica E_1 :

$$\cos v_1 = \frac{p - R_1}{eR_1} \Longrightarrow \cos E_1 = \frac{e + \cos v}{1 + e \cos v}$$
(2.2)

Dalla conoscenza del valore di E_1 e dalla conoscenza del valore dell'anomalia eccentrica in un istante di riferimento, è possibile calcolare il tempo di volo, cioè l'istante t₁ impiegato dall'orbiter a giungere nella sfera di influenza di Titano:

$$t_1 - t_0 = \sqrt{\frac{a^3}{\mu_{TIT}}} \left[(E_1 - e\sin E_1) - (E_0 - e\sin E_0) \right]$$
(2.3)

Ricavato t_1 è possibile calcolare il modulo del vettore velocità \underline{V}_1 ad esempio imponendo la conservazione dell'energia meccanica specifica lungo l'orbita:

$$E = \frac{V_1^2}{2} - \frac{\mu_{SAT}}{R_1} = \text{cost}, \qquad \left[\frac{Km^2}{s^2}\right]$$
(2.4)

Si ricordi che t₁, \underline{V}_1 ed \underline{R}_1 non rappresentano le condizioni iniziali rispetto al moto "Titanocentrico", in quanto sono riferite ad un sistema di riferimento solidale a Saturno. Dobbiamo trasformare queste espressioni rispetto ad un sistema di riferimento solidale con Titano.

La velocità del satellite rispetto a Titano sarà la differenza tra la velocità del satellite rispetto a Saturno e la velocità di Titano rispetto a Saturno:

$$V_R = V_I - V_{TIT} \tag{2.5}$$

dove
$$V_{TIT} = \sqrt{\frac{\mu_{SAT}}{D_{SAT-TIT}}}$$
.

Il modulo di V_R può essere calcolato applicando la legge dei coseni:

$$V_{R} = \sqrt{V_{1}^{2} + V_{TTT}^{2} - 2V_{1}V_{TTT}\cos(\Phi_{1} - \gamma_{1})}$$
(2.6)

dove :
$$\Phi_1 = \arccos\left(\frac{h}{R_1V_1}\right) e \gamma_1 = \arcsin\left(\frac{R_s}{R_1}\sin\lambda_1\right).$$

Le condizioni iniziali del moto "Titanocentrico" sono dunque rappresentate dal vettore posizione R_S e dalla velocità V_{R_c}

2.3 Orbita "Titanocentrica": simulazione orbitale dei flybys.

L'analisi precedente presuppone la conoscenza dei parametri orbitali fondamentali delle orbite Saturniane che prevedono Titan flybys e la loro propagazione fino all'istante di intersezione con la sfera di influenza di Titano. Poiché nello studio in questione si è interessati, essenzialmente, solo alla fase Titanocentrica si può evitare di propagare l'intera orbita fino alla sfera di influenza di Titano al solo fine di conoscere l'orbita del flyby. Infatti si può propagare l'orbita del flyby partendo da una serie di dati noti. Dal documento del JPL 5564 è possibile ricavare il valore della velocità (dell'orbiter rispetto a Titano) e la quota al closest approach (cioè al periasse dell'orbita Titanocentrica) durante ogni Titan flyby. Dalla conoscenza di tali parametri è possibile risalire all'intera orbita Titanocentrica, cioè alla conoscenza dei parametri orbitali durante tutto il flyby. A tal scopo si è sviluppato un simulatore orbitale che richiede come dati di input il valore della quota e della velocità al closest approach relativamente al flyby che si vuole esaminare, dati riportati nella tabella 2.1, ed a partire da questi, propaga l'orbita.

| rev | Name | Satellite | Epoch(SCET) | Alt [Km] | Vel. [Km/s] |
|-----|------|-----------|-------------------|----------|-------------|
| a | aTI | Titan | 2004-Oct-26 15:30 | 1200 | 6.1 |
| b | bTI | Titan | 2004-Dec-13 11:37 | 2358 | 6 |
| c* | cTI* | Titan* | 2005-Jan-14 11:04 | 60000 | 5.4 |
| 3 | 3TI | Titan | 2005-Feb-15 06:54 | 950 | 6 |
| 5 | 5TI | Titan | 2005-Mar-31 19:55 | 2523 | 5.9 |
| 6 | 6TI | Titan | 2005-Apr-16 19:05 | 950 | 6.1 |
| 13 | 13TI | Titan | 2005-Aug-22 08:39 | 4015 | 5.8 |
| 14 | 14TI | Titan | 2005-Sep-07 07:50 | 950 | 6.1 |
| 17 | 17TI | Titan | 2005-Oct-28 03:58 | 1446 | 5.9 |
| 19 | 19TI | Titan | 2005-Dec-26 18:54 | 10429 | 5.6 |
| 20 | 20TI | Titan | 2006-Jan-15 11:36 | 2042 | 5.8 |
| 21 | 21TI | Titan | 2006-Feb-27 08:20 | 1812 | 5.9 |
| 22 | 22TI | Titan | 2006-Mar-18 23:58 | 1947 | 5.8 |
| 23 | 23TI | Titan | 2006-Apr-30 20:53 | 1853 | 5.8 |
| 24 | 24TI | Titan | 2006-May-20 12:13 | 1879 | 5.8 |
| 25 | 25TI | Titan | 2006-Jul-02 09:12 | 1911 | 5.8 |
| 26 | 26TI | Titan | 2006-Jul-22 00:25 | 950 | 6 |
| 28 | 28TI | Titan | 2006-Sep-07 20:12 | 950 | 6 |
| 29 | 29TI | Titan | 2006-Sep-23 18:52 | 950 | 6 |
| 30 | 30TI | Titan | 2006-Oct-09 17:23 | 950 | 6 |
| 31 | 31TI | Titan | 2006-Oct-25 15:51 | 950 | 6 |
| 35 | 35TI | Titan | 2006-Dec-12 11:35 | 950 | 6 |
| 36 | 36TI | Titan | 2006-Dec-28 10:00 | 1500 | 5.9 |
| 37 | 37TI | Titan | 2007-Jan-13 08:34 | 950 | 6 |
| 38 | 38TI | Titan | 2007-Jan-29 07:12 | 2776 | 5.8 |
| 39 | 39TI | Titan | 2007-Feb-22 03:10 | 953 | 6.3 |
| 40 | 40TI | Titan | 2007-Mar-10 01:47 | 956 | 6.3 |
| 41 | 41TI | Titan | 2007-Mar-26 00:21 | 953 | 6.3 |
| 42 | 42TI | Titan | 2007-Apr-10 22:57 | 951 | 6.3 |
| 43 | 43TI | Titan | 2007-Apr-26 21:32 | 951 | 6.3 |
| 44 | 44TI | Titan | 2007-May-12 20:08 | 950 | 6.3 |
| 47 | 47TI | Titan | 2007-Jun-29 17:05 | 1942 | 6.2 |
| 48 | 48TI | Titan | 2007-Jul-19 00:39 | 1302 | 6.2 |
| 49 | 49TI | Titan | 2007-Aug-31 06:34 | 3227 | 6.1 |
| 50 | 50TI | Titan | 2007-Oct-02 04:48 | 950 | 6.3 |
| 52 | 52TI | Titan | 2007-Nov-19 00:52 | 950 | 6.3 |
| 53 | 53TI | Titan | 2007-Dec-05 00:06 | 1300 | 6.3 |
| 54 | 54TI | Titan | 2007-Dec-20 22:56 | 953 | 6.3 |
| 55 | 55TI | Titan | 2008-Jan-05 21:26 | 949 | 6.3 |
| 59 | 59TI | Titan | 2008-Feb-22 17:39 | 959 | 6.4 |
| 62 | 62TI | Titan | 2008-Mar-25 14:35 | 950 | 6.4 |
| 67 | 67TI | Titan | 2008-May-12 10:09 | 950 | 6.4 |
| 69 | 69TI | Titan | 2008-May-28 08:33 | 1316 | 6.3 |

TAB. 2.1-*Caratteristiche dei targeted Titan flybys. Rev è l'orbit revolution. Nelle colonne successive è riportato il nome del flyby, la data prevista, la quota e la velocità al closest approach*

distanza pari ad a (semiasse dell'orbita) dal fuoco dell'orbita iperbolica, asse z ortogonale al piano del flyby ed asse x in direzione del periasse. Sapendo che Titano è il fuoco dell'orbita durante il flyby, il raggio al periasse è la somma della quota al closest approach più il raggio del geoide sferico di Maclaurin⁴ che approssima la superficie di Titano:

$$R_p = H_{c.a.} + R_{TIT}$$
(2.7)

Noto il raggio al periasse possiamo calcolare il valore del modulo del momento della quantità di moto h dell'orbita, valore che è una costante su tutta l'orbita:

$$h = |\underline{r} \times \underline{v}| = rvsen\theta = r_p v_p \qquad \left[\frac{\mathrm{Km}^2}{s}\right]$$
(2.8)

in quanto al periasse, come all'apoasse, il vettore posizione $\underline{\mathbf{r}}$ ed il vettore velocità $\underline{\mathbf{v}}$ sono ortogonali. Per ogni orbita l'equazione della traiettoria può essere scritta nel seguente modo:

$$r = \frac{p}{1 + e\cos\nu} \tag{2.9}$$

dove, p è il semilato retto, e rappresenta l'eccentricità dell'orbita e v, detta anomalia vera, è l'angolo compreso tra il generico vettore posizione <u>r</u> ed il raggio al periasse <u>r</u>_p.

Infatti come si è detto nel paragrafo precedente, si è ricondotto il problema dei due corpi rotanti l'uno intorno all'altro al calcolo di una funzione equivalente, che descrive la variazione della distanza tra i due corpi in funzione della anomalia.

Al periasse di ogni orbita l'anomalia vera vale zero, pertanto dalla (2.3), noto il raggio al periasse, è possibile ricavare l'eccentricità dell'orbita:

$$v = 0^{\circ} \Rightarrow R_p = \frac{p}{1+e} \Rightarrow e = \frac{p}{R_p} - 1 = \frac{h^2}{\mu_{TIT}R_p} - 1$$
 (2.10)

essendo $h = \sqrt{\mu_{TIT} p}$. In particolare per una orbita iperbolica e > 1.

La figura seguente illustra la quota al closest approach per i targeted Titan flybys a partire dal 3TI che è il Titan flyby che segna nominalmente l'inizio della missione dell'orbiter :

⁴ Un esempio di tale sferoide è una sfera fluida incomprimibile a densità uniforme (per Titano ρ =1.88 gcm⁻³) che ruota come un corpo solido in uno stato di equilibrio idrostatico.



Fig. 2.10

Le seguente tabella riassume le relazioni geometriche che caratterizzano la conica "iperbole".

| | | Curva piana: IPERBOLE | | |
|------------------------|------------|-----------------------------|---|--|
| Il | valore | Equazione iperbole | $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ | dell'energia meccanica |
| specifica costante, | lungo è | Eccentricità | $e = \frac{c}{a} > 1$ | l'orbita, che è una calcolabile dalla |
| seguente | | Orbita IPERBOLIC | CA | relazione: |
| | | Equazioni parametriche | x=ae+rcosv y=rsinv | |
| | | Energia Meccanica Specifica | E > 0 | |

TAB. 2.2 Caratteristiche dell'orbita iperbolica

$$E = \frac{r_p}{2} - \frac{\mu_{TIT}}{R_p} = , \qquad \left\lfloor \frac{\kappa_m}{s^2} \right\rfloor$$
(2.11)

noto il valore di E si può calcolare il semiasse maggiore dell'orbita, in quanto:

$$\mathbf{E} = -\frac{\mu_{TIT}}{2a} \tag{2.12}$$

Ricordiamo che per un'orbita iperbolica il valore di a è negativo, pertanto l'energia meccanica specifica è positiva.

Per applicare la (2.11) è necessaria la conoscenza di μ_{TTT} (termine di monopolo del campo gravitazionale di Titano) ricavabile dal prodotto della massa di Titano, pari a $1.35e^{+23}$ Kg, per la costante gravitazionale universale $G=6.670*10^{-11} m^3/Kg*s^2$:

$$\mu_{TTT} = Gm_{TTT} = 8978.173 \left[\frac{\text{Km}^3}{s^2}\right]$$
(2.13)

Per calcolare i parametri orbitali all'ingresso della sfera di influenza di Titano occorre conoscere il raggio della sfera di influenza di Titano. Esso può essere calcolato in base alla relazione seguente:

$$R_{s} = D \left(\frac{\mu_{TIT}}{\mu_{SAT}}\right)^{\frac{2}{5}} = 4.367 e^{+004} [\text{Km}]$$
(2.14)

dove, D rappresenta la distanza media di Titano da Saturno , pari a 1221850 Km, mentre $\mu_{SAT}=3.8e^{07}\left[\frac{Km^3}{s^2}\right].$

Inoltre sappiamo che, quando lo spacecraft entra nella sfera di influenza di Titano, la sua distanza dal pianeta è proprio Rs. Pertanto, applicando il principio di conservazione dell'energia meccanica specifica, ricaviamo il valore della velocità dell'orbiter rispetto a Titano all'ingresso della sfera di influenza.:

$$V_{R} = \sqrt{2\left(E + \frac{\mu_{TIT}}{R_{s}}\right)} \left[\frac{Km}{s}\right]$$
(2.15)

All'ingresso della sfera di influenza di Titano l'anomalia vera assumerà il suo valore massimo durante tutto il flyby, valore ricavabile dalla (2.9):

$$R_{S} = \frac{p}{1 + e \cos v_{MAX}} \Longrightarrow v_{MAX} = \arccos\left(\frac{1}{e}\left(\frac{p}{R_{S}} - 1\right)\right)$$
(2.16)

Per calcolare il vettore posizione sull'orbita iperbolica basta far variare l'anomalia vera tra i suoi valori massimo e minimo nell'equazione della traiettoria. Nota la quota dell'orbiter rispetto a Titano lungo tutto il flyby in funzione dell'anomalia, si calcola l'intervallo di variazione dell'anomalia vera durante il periodo di esercizio dell'altimetro.

In seguito si può calcolare il profilo di velocità dalla relazione:

$$V(\nu) = \sqrt{V_r^2 + 2\mu_{TTT}} \left(\frac{1}{R(\nu)} - \frac{1}{R_s}\right) \left[\frac{\mathrm{Km}}{\mathrm{s}}\right]$$
(2.17)

Per una orbita iperbolica si può definire un valore della velocità detto eccesso di velocità iperbolico, V_{∞} che rappresenta la velocità che il satellite possiede ancora dopo essere sfuggito al campo gravitazionale del pianeta intorno al quale è in orbita:

$$V_{\infty} = \sqrt{-\frac{\mu_{TTT}}{a}}$$
(2.18)

Per il calcolo della dipendenza dal tempo dell'anomalia vera si differenzia l'equazione della traiettoria ottenendo:

$$\dot{v} = \frac{\mu_{TTT}}{p^{\frac{3}{2}}} (1 + e\cos\nu)^2 \Leftrightarrow \frac{1}{(1 + e\cos\nu)^2} \frac{d\nu}{dt} = \frac{\sqrt{\mu_{TTT}}}{p^{\frac{3}{2}}}$$
(2.19)

La precedente equazione differenziale è del tipo a variabili separabili, per cui portando dt al secondo membro ed integrando si ha:

$$\int_{0}^{\nu} \frac{d\nu}{\left(1 + e\cos\nu\right)^{2}} = \int_{0}^{t} \frac{\sqrt{\mu_{TIT}}}{p^{\frac{3}{2}}} dt = \frac{\sqrt{\mu_{TIT}}}{p^{\frac{3}{2}}} t$$
(2.20)

Per risolvere l'integrale al primo membro si pone $u = tg\left(\frac{v}{2}\right)$ da cui si ottiene [11]:

$$v = 2 \arctan(u) \Rightarrow dv = \frac{2}{1+u^2} du \Rightarrow \cos v = \frac{1-tg^2(v/2)}{1+tg^2(v/2)} = \frac{1-u^2}{1+u^2}$$
 (2.21)

da cui segue:

$$\int_{0}^{u} \frac{2(1+u^{2})}{\left[u^{2}(1-e)+(1+e)\right]^{2}} du = \frac{\sqrt{\mu_{TTT}}}{p^{\frac{3}{2}}} t$$
(2.22)

L'integrale al primo membro non è di difficile risoluzione. Per orbite iperboliche (e>1) ammette come soluzione:

$$-\frac{1+z^2}{z^2}\frac{tg(\nu_2)}{tg^2(\nu_2)-z^2} + \frac{z^2-1}{iz^3}\arctan\left(\frac{tg(\nu_2)}{iz}\right) = \frac{\sqrt{\mu_{TIT}}}{p^{\frac{3}{2}}}(e-1)^2t$$
(2.23)

L'unità immaginaria dovrà comunque scomparire in quanto il problema in esame ha una soluzione reale; a questo scopo è sufficiente ricordare la seguente identità:

$$\frac{1}{iz}\arctan\left(\frac{x}{iz}\right) = \frac{1}{2z}\log\left|\frac{x-z}{x+z}\right|$$
(2.24)

dove $z = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}$.

Infine la legge temporale v(t) è data in forma implicita dalla seguente espressione:

$$-\frac{1+z^2}{z^2}\frac{tg(\nu_2)}{tg^2(\nu_2)-z^2} + \frac{z^2-1}{2z^3}\log\left|\frac{tg(\nu_2)-z}{tg(\nu_2)+z}\right| = \frac{\sqrt{\mu_{TTT}}}{p^{\frac{3}{2}}}(e-1)^2t$$
(2.25)

Implementando quest'ultima relazione è possibile calcolare il valore di v(t). A tale scopo ci proponiamo di riscrivere la (2.25) in termini di una nuova variabile, al fine di semplificarla.

L'equazione canonica dell'iperbole in un sistema di riferimento cartesiano è:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$
(2.26)

le cui equazioni parametriche sono:

$$x = r \cos v + ae \equiv \frac{a}{\cos \varsigma} \equiv a \sec \varsigma$$

$$y = r \sec v \equiv b \tan \varsigma$$
(2.27)

dove l'angolo ς varia all'interno dell'intervallo $\left] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right[$.

Riscrivendo la (2.9) in termini dell'angolo ζ si ottengono le seguenti relazioni (2.28)

$$r = (x^{2} + y^{2})^{\frac{1}{2}} = \left[(b^{2} \tan^{2} \varsigma) + \left(\frac{a}{\cos \varsigma} - ae \right)^{2} \right]^{\frac{1}{2}} = \left[a^{2} (e^{2} - 1) \tan^{2} \varsigma + a^{2} \frac{(1 - e \cos \varsigma)^{2}}{\cos \varsigma^{2}} \right]^{\frac{1}{2}}$$

La precedente relazione può essere facilmente ridotta operando semplificazioni trigonometriche.

Si perviene alla seguente equazione della traiettoria (2.29) scritta in funzione dell'angolo 5:

$$r = \frac{|a|}{\cos\varsigma} \left[e^2 + \cos^2\varsigma - 2e\cos\varsigma \right]^{\frac{1}{2}} = \frac{|a|}{\cos\varsigma} \left(e - \cos\varsigma \right) = \frac{a}{\cos\varsigma} \left(\cos\varsigma - e \right) \Leftrightarrow r = a \left(1 - e\sec\varsigma \right)$$

Dalla seconda relazione delle (2.27) si possono ricavare le leggi che permettono di passare dall'anomalia vera all'angolo ζ , e viceversa:

$$\sin v = \frac{\sqrt{e^2 - 1 \sin \zeta}}{e - \cos \zeta}$$

$$\cos v = \frac{1 - e \cos \zeta}{\cos \zeta - e}$$

$$\tan \zeta = \frac{\sqrt{e^2 - 1 \sin v}}{1 + e \cos v}$$

$$\sec \zeta = \frac{e + \cos v}{1 + e \cos v}$$
(2.30)

A questo punto notando come il primo membro della (2.26) risulti essere la differenza di due quadrati, possiamo porre:

$$x = a \cosh F$$

$$y = b \sinh F$$
(2.31)

che confrontate con le equazioni parametriche portano alle seguenti uguaglianze:

$$\cosh F = \frac{1}{\cos \varsigma}$$
(2.32)
$$\sinh F = \tan \varsigma$$

Per definire opportunamente questa nuova variabile F, detta **anomalia eccentrica iperbolica**, basta ricordare che:

$$\sinh F + \cosh F = e^{F} = \frac{1 + \sin \zeta}{\cos \zeta}$$
(2.33)

Dopo semplici passaggi si perviene alla relazione seguente:

$$e^{F} = \frac{\sin\left(\frac{\varsigma}{2} + \frac{\pi}{4}\right)}{\cos\left(\frac{\varsigma}{2} + \frac{\pi}{4}\right)} = \tan\left(\frac{\varsigma}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \Longrightarrow F = \log\left[\tan\left(\frac{\varsigma}{2} + \frac{\pi}{4}\right)\right]$$
(2.34)

Pertanto la (2.29) può essere riscritta in funzione di questa nuova variabile F:

,

$$r = a(1 - e\cosh F) \tag{2.35}$$

mentre l'equazione di Keplero per l'iperbole diviene:

$$\sqrt{\frac{\mu_{TIT}}{(-a^3)}}(t-T) = e\sinh F - F \tag{2.36}$$

Specificata quest'ultima relazione per un istante particolare, nel nostro caso t=0 al closest approach (per il quale ζ =0), e sottraendola membro a membro con la (2.36) stessa, si ottiene:

$$t - t_0 = \sqrt{\frac{-a^3}{\mu_{TTT}}} \left[\left(e \sinh F - F \right) - \left(e \sinh F_0 - F_0 \right) \right] = \sqrt{\frac{-a^3}{\mu_{TTT}}} \left(N - N_0 \right)$$
(2.37)

dove N è detta anomalia iperbolica media.

Quest'ultima relazione permette di conoscere le variazioni dell'anomalia iperbolica in funzione del tempo. Implementando la (2.37) insieme alla relazione (2.35) si giunge alla conoscenza delle variazioni della quota dell'orbiter in funzione del tempo.

Di seguito riportiamo i risultati della simulazione del Titan flyby 36 TI e del Titan flyby 44 TI.

ESEMPIO 1. SIMULAZIONE DEL TITAN FLYBY 36TI

| Flyby | time | H closest approach | velocità closest approach |
|-------|-------------------|--------------------|---------------------------|
| 36TI | 2006-Dec-28 10:00 | 1500 km | 5.91 Km/s |

Dati di INPUT:

| 🛃 SIMULAZIONE TITAN FLYBY 36TI | \mathbf{X} |
|--|--------------|
| QUOTA AL CLOSEST APPROACH (Km) | |
| VELOCITA' AL CLOSEST APPROACH (Km/s) 5.91 | |
| | OK Cancel |

Dati OUTPUT:







Fig. 2.13 *Titan flyby 36*: La zona compresa tra i due cerchi corrisponde alla zona di esercizio dell'altimetro



Fig. 2.15 *Titan flyby 36*: la zona evidenziata rappresenta la velocità durante le quote di esercizio dell'altimetro



Fig. 2.16 *Titan flyby 36*, profilo delle velocità dell'ALTH

ESEMPIO 2. SIMULAZIONE DEL TITAN FLYBY 44TI

| Flyby | time | H closest approach | velocità closest approach |
|-------|-------------------|--------------------|---------------------------|
| 44TI | 2007-May-12 20:08 | 950 Km | 6.3 Km/s |

Dati di INPUT:

| 🛃 SIMULAZIONE TITAN FLYBY 44TI | |
|--------------------------------------|-----------|
| QUOTA AL CLOSEST APPROACH (Km) | |
| 950 | |
| VELOCITA' AL CLOSEST APPROACH (Km/s) | |
| 6.30 | |
| | OK Cancel |

Dati OUTPUT:









Fig. 2.20 *Titan flyby* 44: *Variazione di quota durante l'intervallo di esercizio del Cassini Radar Altimeter*



Fig. 2.21 *Titan flyby 44*: variazione di velocità durante il flyby. La zona evidenziata rappresenta la velocità durante le quote di esercizio dell'altimetro



Fig. 2.22 *Titan flyby* 44: *variazione di velocità durante l'intervallo di esercizio del Cassini Radar Altimeter*

Grafici Comparativi.

Le figure seguenti mettono a confronto le variazioni di quota e velocità per i Titan flybys, i quali sono stati suddivisi in categorie a seconda della quota al closest approach.

Riferendoci alla tabella 2.1 possiamo suddividere i flybys nel seguente modo:

- > 23 flybys avvengono ad una quota al c. a. pari a circa 950 Km
- ▶ 6 flybys avvengono ad una quota al c. a. compresa tra [1000, 1550] Km
- ▶ 6 flybys avvengono ad una quota al c. a.compresa tra i [1600, 2000] Km
- ▶ 4 flybys avvengono ad una quota al c. a.compresa tra i [2000, 3000] Km
- > 2 flybys avvengono ad una quota al c. a.compresa tra i [3500, 4500] Km
- > 1 flyby, il 19TI, avviene ad una quota superiore ai 10000 Km

Per ognuno degli intervalli di quota è stato scelto un flyby significativo ed è stato confrontato con quelli delle altre categorie di appartenenza.

In particolare si sono propagati e confrontati i seguenti flybys:

| | Flyby | Data | Quota c.a. | Velocità c.a. |
|-----------|-------|---------------------|------------|---------------|
| rosso | 44TI | 2007-May-12 20:08 | 950 Km | 6.3 Km/s |
| blu | aTI | 2004-Oct-26 15:30 | 1200 Km | 6.1 Km/s |
| azzurrino | 23TI | 2006-April-30 20:53 | 1853 Km | 5.8 Km/s |
| magenta | 5TI | 2005-Mar-31 19:55 | 2523 Km | 5.9 Km/s |
| giallo | 38TI | 2007-Jan-29 07:12 | 2776 Km | 5.8 Km/s |
| verde | 13TI | 2005-Aug-22 08:39 | 4015 Km | 5.8 Km/s |

TAB. 2.3 Esempi di flybys divisi per quote al c.a.

Le figure seguenti sono i risultati delle simulazioni.



Fig. 2.23- La figura mostra le variazioni di quota per diversi Titan flybys



Fig. 2.24- La figura mostra le variazioni di quota durante tutto il flyby: le zone comprese tra le due coppie di punti evidenziati rappresenta l'intervallo di quote in cui il Cassini Radar funzionerà da altimetro

| | |
|----------|----|
| 950 | Km |
| 1200 | Km |
| 1853 | Km |
| 2523 | Km |
| | Km |
| 4015 | Km |
| | |

Fig. 2.25- La figura mostra le variazioni di velocità per diversi Titan flybys; la zona evidenziata rappresenta il profilo delle velocità durante il funzionamento Le se del Cassini Radar da Altimetro.

Flybys:

velocità media dello spacecraft rispetto a Titano, durante l'intero flyby; velocità media dello spacecraft rispetto a Titano durante l'intervallo di esercizio del Cassini Radar in modalità altimetro.



Fig. 2.26 Velocità media dello S/C durante i targeted Titan Flybys



Fig. 2.27 Velocità media dello S/C durante l'intervallo di esercizio del Cassini Radar in modalità Altimetro ad alta risoluzione


Fig. 2.28 Confronto tra la velocità media dello S/C e la velocità media durante il periodo di esercizio dell'Altimetro



Fig. 2.29 Confronto tra la velocità media dello S/C e la velocità media durante il periodo di esercizio dell'Altimetro in funzione della quota al closest approach.

2.4 Stima della perturbazione orbitale dovuta al momento del quadripolo gravitazionale di Titano.

Nel capitolo 2 paragrafo 1 abbiamo esposto le ipotesi entro le quali è stato svolto lo studio orbitale dei Titan flybys. In tale studio non sono stati presi in considerazione gli effetti delle perturbazioni orbitali. In questo paragrafo ci proponiamo di quantificare l'errore indotto sulla velocità dell'orbiter dal quadripolo del campo gravitazionale di Titano. Per fare questo ci serviremo di un nuovo modello teorico (Giampieri ed Anderson, 2000) [12] che modellizza i disturbi orbitali dovuti alle perturbazioni durante i flybys iperbolici con un grado di accuratezza e precisione molto maggiori delle normali tecniche numeriche di analisi. La teoria AG è applicabile a tutti i flybys per i quali risulta:

$$\varepsilon = \frac{\mu}{bV^2} \ll 1 \tag{2.38}$$

dove b è il parametro di impatto per il flyby e V è la velocità dello spacecraft rispetto al corpo centrale al closest approach. Si nota come ε sia un parametro adimensionale.

Questa assunzione è ampiamente verificata per tutti i targeted Titan flybys, è in generale valida per flyby con comete ed asteroidi ed è stata sufficientemente verificata per i flybys con i satelliti medicei di Giove durante la missione Galileo Primary Mission (Dicembre 1995-Dicembre 1997) e durante la missione Galileo Europa Mission (Dicembre 1997-Dicembre 1999).

Nel caso dei Titan flybys il parametro di impatto b può essere assunto pari a circa il doppio del raggio equatoriale medio di Titano (b= $2R_{TIT}$) e poiché le velocità al closest approach vanno da 5.6 Km/s a 6.4 Km/s, il parametro ε varia da:

$$\varepsilon \in [0.042, 0.059]$$

Il parametro ε può essere legato all'eccentricità dell'orbita dalla relazione [12]:

$$e = \frac{1}{\varepsilon} - 1 \tag{2.39}$$

Quando un satellite ruotante in maniera sincrona rispetto al pianeta centrale si trova in equilibrio rotazionale sotto l'azione di forze di marea (esercitate a causa della presenza del pianeta centrale) assume la forma di un ellissoide di assi a>b>c. L'asse maggiore *a* dell'ellissoide è allineato lungo la congiungente satellite-pianeta, mentre l'asse minore è parallelo all'asse di rotazione. La distorsione del satellite dipende dall'entità delle forze in esame e dalla distribuzione radiale della massa all'interno del corpo celeste. La distorsione del corpo celeste e la distribuzione interna della massa ne determinano le caratteristiche del campo gravitazionale.

Per i flybys di uno spacecraft con un corpo centrale di forma qualsiasi, il potenziale gravitazionale in un punto esterno al corpo può essere espresso come il troncamento di uno sviluppo in armoniche sferiche. L'espressione generale di V è la seguente:

$$V(r,\phi,\lambda) = \frac{GM}{r} \left[1 + \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^{n} \left(\frac{R}{r} \right)^{n} \left(C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda \right) P_{nm} \left(\sin \phi \right) \right]$$
(2.40)

dove GM è il termine di monopolo che fino ad ora abbiamo chiamato μ . Le coordinate sferiche di un punto esterno (r, ϕ, λ) sono riferite al rispettivo centro di massa, dove r è la distanza radiale, ϕ è la latitudine e λ è la longitudine sull'equatore. P_{nm} è il polinomio di Legendre associato, di grado n e di ordine m, e C_{nm} ed S_{nm} sono i corrispondenti coefficienti determinabili dai dati ricavati dai flybys. Infatti dobbiamo precisare che un modello accurato del campo gravitazionale di Titano potrà essere sviluppato in seguito alle misure implicite fatte sull'orbiter durante i flybys.

I coefficienti sono riferiti ad un raggio di riferimento arbitrario R del corpo in esame (Titano nel caso in questione) dove la densità è nulla. Per le comete o gli asteroidi irregolari R è assunto come il raggio del cerchio massimo della sfera costruita intorno al centro di massa. Per i corpi estesi per i quali si fa l'assunzione di forma sferica, R è usualmente il raggio equatoriale medio o equivalentemente è il raggio della sfera che ha lo stesso volume del corpo. Il valore teorico predetto dei coefficienti è espresso dalla seguente relazione:

$$C_{nm} = \frac{1}{(2n+1)MR^n} \int \rho(\bar{r}) r^n P_{nm}(\sin\phi) \cos m\lambda d\Psi$$
(2.41)

analogamente per S_{nm} . L'integrazione è svolta sul volume Ψ del corpo. La densità $\rho(\mathbf{r})$ è il termine che rende l'integrale di difficile risoluzione per i corpi non omogenei, mentre per i corpi omogenei a densità costante l'integrale è risolvibile con i metodi elementari dell'analisi. Il risultato è la superficie integrale:

$$C_{nm} = \frac{1}{(n+3)(2n+1)\Psi R^n} \int R^{n+3}(\Omega) P_{nm}(\sin\phi) \cos m\lambda d\Omega \qquad (2.42)$$

dove l'integrazione è svolta sull'angolo solido $R(\Omega)$. Dall'ultima equazione, il valore teorico del coefficiente determinato sull'angolo solido $R(\Omega)$ può essere comparato con la

misura ricavabile dai dati di volo. Infatti misurando gli effetti del campo gravitazionale reale sull'orbiter con quelli previsti dal modello teorico si può risalire al valore vero dei coefficienti.

Le cose si complicano notevolmente quando il corpo in questione si allontana dal modello di corpo omogeneo. Per flybys con corpi piccoli o per orbite intorno a piccoli satelliti del sistema solare è possibile calcolare le armoniche di elevato grado ed ordine.

Ma per flybys con corpi più grandi è possibile misurare solo il termine di quadripolo (C_{2m} ed S_{2m}). Tali misure consentono tuttavia di risalire a fondamentali informazioni circa la struttura interna del pianeta centrale.

Pertanto tronchiamo la (*) in funzione del solo termine di quadripolo:

$$V_{2m} = -\frac{GM}{r} \left(\frac{R_{TIT}}{r}\right)^2 \left[C_{2m}\cos m\lambda + S_{2m}\sin m\lambda\right] P_{2m}\sin(\phi)$$
(2.43)

Se assumiamo che il sistema di riferimento considerato coincida con il sistema di assi principali (assunzione che è valida per corpi quali i satelliti che orbitano con bassa inclinazione ed eccentricità sincroni intorno a pianeti) del corpo, le espressioni delle armoniche diverranno tutte nulle tranne le armoniche C_{20} e C_{22} . [13]

Soffermiamo la nostra attenzione sui coefficienti C_{20} = -J₂ (*zonal coefficient*) e C₂₂. Il primo dà luogo all'**armonica di zona del quadripolo**, il secondo **all'armonica settoriale del quadripolo**.

Generalmente il coefficiente del quadripolo gravitazionale C_{22} è legato alla differenza dei momenti di inerzia nel piano equatoriale [16]:

$$C_{22} = \frac{B-A}{4MR^2}, \quad C > B > A$$
 (2.44)

dove A, B e C sono i momenti di inerzia principali dell'ellissoide che rappresenta il corpo celeste, M ed R sono la massa ed il raggio medio del corpo celeste.

Assumendo Titano come uno sferoide di Maclaurin (fluido incomprimibile a densità costante pari a 1.88 g cm⁻³ ruotante come un corpo rigido) in stato di equilibrio idrostatico si ha:

$$J_2 = \frac{q_r}{2} + O(q_r^2) \Longrightarrow C_{20} = 4.9 \cdot 10^{-5}$$
(2.45)

dove: $q_r = \frac{\omega^2 R_t^3}{GM_t} = 3.96 \cdot 10^{-5}$ è detto "parametro di risposta rotazionale" ed è pari al

rapporto tra le forze centrifughe e quelle gravitazionali, mentre $\omega = 4.56 \cdot 10^{-6} \frac{rad}{s}$ è la velocità angolare di rotazione di Titano.

Per un corpo in equilibrio rotazionale il coefficiente di gravità C_{22} è legato al parametro di risposta rotazionale q_r dalla relazione:

$$C_{22} = \frac{1}{4} k_f q_r \tag{2.46}$$

dove k_f dipende dalla distribuzione di massa del satellite ($k_f = \frac{3}{2}$ per corpi a densità costante) ed è calcolabile tramite la relazione di Randau:

$$\frac{C}{MR^2} = \frac{2}{3} \left[1 - \frac{2}{5} \left(\frac{4 - k_f}{1 + k_f} \right)^{\frac{1}{2}} \right]$$
(2.47)

Per satelliti in rotazioni sincrone:

$$J_2 = \frac{10}{3}C_{22} \tag{2.48}$$

Analogamente per Titano si ha:

$$C_{22} = 1.5 \cdot 10^{-5} \tag{2.49}$$

Dunque per Titano i valori stimati dei coefficienti armonici del potenziale di quadripolo gravitazionale di secondo grado, adimensionalizzati e normalizzati rispetto al termine di monopolo, sono tali da generare una perturbazione della velocità dell'orbiter pari a :

$$\Delta V = q_r \frac{GM_t}{bV} \left(\frac{R_t}{b}\right)^2 \tag{2.50}$$

per ogni intervallo di tempo pari a b/V. [14]

Andando a considerare tale effetto sul flyby 36TI si vede che il disturbo vale: $\Delta V=4.1170e-005$ Km/s ogni 871 secondi. Pertanto l'errore medio che si commette sul valore della velocità dell'orbiter rispetto a Titano non considerando tale perturbazione lungo l'intero flyby è di 0.1606 Km/s. E' opportuno ricordare che ad ogni flyby la manovra di gravity assist comporta un incremento delle velocità dell'ordine di $\Delta V=0.770$ Km/s

Ovviamente l'errore che si commette è tanto maggiore quanto la velocità al closest approach è bassa. Il valore massimo e minimo di errore durante i targeted flyby sono rispettivamente riportati nella seguente tabella:

| Flyby | | Data | Quota | Velocità | Errore medio sulla |
|-------|-------|-------------|-------|----------|--------------------|
| | | | c.a. | c.a. | $V_{c.a.}[Km/S]$ |
| 62TI | Titan | 2008-Mar-25 | 950 | 6.4 | 0.1369 |
| | | 14:35 | | | |
| 38TI | Titan | 2007-Jan-29 | 2776 | 5.8 | 0.1666 |
| | | 07:12 | | | |
| 19TI | Titan | 2005-Dec-26 | 10429 | 5.6 | 0.1788 |
| | | 18:54 | | | |

TAB. 2.4 Valori dell'errore sulla velocità, per alcuni flybys, trascurando il termine del quadripolo gravitazionale

Considerando come velocità media dell'orbiter rispetto a Titano, durante tutti i targeted Titan flybys, il valore V_{media} =5,734419 Km/s l'errore complessivo che si commette durante l'intero tour orbitale è dell'ordine di: E_{TOT} =7.3358 Km/s.

CAPITOLO III

CASSINI TITAN RADAR MAPPER

Il Cassini RADAR è uno strumento *multimode* alle microonde che utilizza un'antenna ad alto guadagno (HGA) di apertura 4 m, montata a bordo dell'orbiter, di progettazione interamente italiana. I principali obiettivi del Cassini Radar sono:

- Generare una mappatura del coefficiente di scattering monostatico e bistatico della superficie di Titano.
- Determinare l'esistenza di oceani o laghi di qualsiasi natura chimica su Titano ed, eventualmente, determinarne la distribuzione.
- Studiare le caratteristiche geologiche, topografiche e morfologiche della superficie di Titano.
- Analizzare la struttura dell'atmosfera di Titano.
- Acquisire dati sugli anelli e sugli altri satelliti del sistema Saturniano.

3.1 Antenna, sistema di telecomunicazione

La comunicazione con la Terra è svolta mediante un'antenna parabolica di diametro pari a 4 metri (contemporaneamente HGA e LGA) collegata costantemente con le antenne del Deep Space Network (DSN a Goldstone, USA, ed a Camberra, Australia).

La sonda è equipaggiata con un computer di bordo capace di far fronte ad episodi di emergenza immediata (accendere o spegnere strumenti, posizionarsi in modo da puntare verso la Terra per ripristinare le trasmissioni o mettersi in "safe mode" per permettere al Centro di Controllo di diagnosticare anomalie di funzionamento) e di immagazzinare comandi in memoria per eseguirli in seguito. Questo perché la sonda si troverà, in zona operativa, ad una distanza minima dalla Terra di circa 1.2 miliardi di Km, distanze che le onde radio coprono in circa 64 - 68 minuti, un tempo troppo alto per impartire da Terra comandi di urgente esecuzione. La funzione di comunicazione a lunga distanza sullo spacecraft è performata tramite il "Radio Frequency Subsystem" (RFS) e tramite il sottosistema antenna. Per le telecomunicazioni tra Spacecraft e la Terra, il RFS trasmette alla frequenza portante di 8.4 GHz (banda X).

Il sottosistema antenna include l'antenna ad alto guadagno (HGA) e due antenne a basso guadagno (LGA1 e LGA2). LGA1 è collegata al riflettore secondario della HGA ed ha un pattern emisferico centrato nel campo di vista (Field Of View) dell'HGA. LGA2, montata in basso rispetto alla HGA, invece ha un pattern emisferico centrato in direzione approssimativamente ortogonale al FOV della HGA. [6]



La figura seguente illustra la collocazione delle antenne sull'orbiter.

Fig. 3.1 Collocazione delle antenne sull'orbiter

Le due antenne a basso guadagno sono principalmente adoperate per le comunicazioni durante i primi due anni e mezzo dopo il lancio, quando la HGA resta puntata verso il Sole (provvedendo a fare ombra ai sottosistemi dello spacecraft proteggendoli dalla pressione di radiazione solare). Dopo questa prima fase di missione l'antenna ad alto guadagno verrà utilizzata quasi esclusivamente per le comunicazioni.

Lo spacecraft riceve comandi ed informazioni dalla Terra con data rate di 1000 bits per secondo durante le operazioni della HGA. Quest'ultima trasmette informazioni alla Terra a vari rates, compresi tra 14220 e 165900 bits per secondo. I data rates più bassi sono usati per la ricezione e trasmissione durante le operazioni delle antenne a basso guadagno. In generale, durante la fase di missione nel sistema Saturniano, le informazioni verranno immagazzinate per 15 ore ogni giorno, finché la HGA non risulterà puntata verso la Terra. In seguito, per le restanti nove ore al giorno (generalmente durante la fase di copertura delle stazioni di tracking di Goldstone, California) le informazioni verranno scaricate dai ricevitori a stato solido fino alla fine delle operazioni di indagine scientifica. In questo modo, verranno scaricati, approssimativamente, un gigabit di dati ogni giorno ad ogni "low-activity" tramite l'antenna di 34 metri del Deep Space Network. Analogamente, tramite un'antenna di 70 metri, ogni giorno ad ogni "high-activity", approssimativamente verranno scaricati 4 gigabits di dati (in circa nove ore).

In aggiunta alla banda X di trasmissione e ricezione, l'HGA utilizza le bande Ka per ricevere, Ka ed S per trasmettere, tutte esclusivamente per esperimenti radio-scientifici.

| Parametri | Beam 1 & 5 | Beam 2 &4 | Beam 3 |
|-----------------------------|------------|-----------|--------|
| Polarization | linear | linear | linear |
| Peak gain (dB) | 45.8 | 46.1 | 53.1 |
| Azimuth beamwidth | 0.35 | 0.35 | 0.35 |
| (deg) | | | |
| Peak sidelobe (dB) | -12 | -13 | 16 |
| Switch time (ms) | ≤25 | ≤25 | ≤25 |
| Peak ant. Input | 40 | 40 | 40 |
| Power (W) | | | |
| Cross-track beamwidth (deg) | 1.35 | 1.35 | 0.35 |
| Angle from focal axis (deg) | 2.2 | 0.85 | 0 |

3.2 Cassini Radar: principi di funzionamento.

Come accennato in precedenza, il Cassini Titan Radar Mapper è un radar *multimode*, cioè ha la possibilità di utilizzare diversi modi di osservazione: imaging mode, altimetria, radiometria e scatterometria. Esso ha il compito di investigare la superficie della luna più grande di Saturno, Titano che è coperta da una fitta atmosfera scura che ne impedisce una normale analisi ottica.

Il radar utilizza un'antenna ad alto guadagno con quattro diverse bande di alimentazione: banda X/Ka per le telecomunicazioni, banda S per "radio scienza" (radio occultation experiment), banda Ku per il radar (13.8 GHz). Durante le operazioni di imaging, TAB. 3.1 *Requisiti dell'antenna del Cassini Radar* altimetria e backscattering, il Radar funzionerà in modalità attiva, cioè trasmetterà un impulso e ne riceverà l'eco. In particolare il Radar trasmetterà un impulso chirp modulato linearmente in frequenza, alla frequenza portante in banda Ku (13.8 GHz), irradiato verso la superficie osservata di Titano dalla HGA. Tale impulso, in seguito alla riflessione subita ad opera della superficie target, sarà catturato dalla stessa antenna ed inviato al RADAR Radio Frequency Electronics Subsystem. Invece durante il funzionamento da radiometro il Radar si attiverà in modalità passiva, cioè non trasmetterà alcun impulso radar, ma l'HGA capterà le emissioni elettromagnetiche di Titano. [6]

Le seguenti figure 3.2 mostrano la configurazione dei fasci (beams) dell'antenna del radar.



Fig.3.2 Rappresentazione dei beams utilizzati dal Cassini radar in modalità attiva

Come si evince dalle figure, l'antenna sfrutta cinque beams, dei quali, quello centrale punta al nadir (Beam 3, relativamente al centro di Titano) ed ha una *radar cross section* circolare con un angolo di apertura a 3-dB pari a 0.350°, mentre gli altri quattro guardano off-nadir ed hanno una radar cross section approssimativamente ellittica con un angolo di apertura a 3-dB pari a 1.350° (Tab. 3.1). [9]

Il fascio che punta al nadir, di tipologia *pencil beam*, è utilizzato dall'altimetro e dallo scatterometro, ed è generato illuminando completamente il disco (o piatto) dell'antenna, alimentato mediante la banda Ku nel punto focale della superficie riflettente principale dell'antenna.

I fasci off-nadir sono utilizzati per l'imaging mode e sono realizzati illuminando parzialmente la superficie riflettente dell'antenna con un array di alimentazione spostato rispetto al punto focale dell'antenna. Per creare tutti e cinque i beams, sono richiesti due set di tre piccoli array lineari collocati in posizioni opposte sull'asse della superficie irradiante. Il passaggio (switching) tra un modo di funzionamento e l'altro è controllato da un apposito sottosistema del radar (digital subsystem) che in seguito verrà descritto.

Il principale vantaggio di questo design è che permette il rapido passaggio tra i diversi modi di funzionamento con una buona accuratezza sul puntamento del fascio senza muovere fisicamente il disco irradiante dell'antenna.

Nella figura seguente è illustrato il design del Cassini Radar.



Fig. 3.3 Cassini Titan Radar Mapper

Un diagramma a blocchi che esemplifica il funzionamento del Titan Radar Mapper è mostrato nella figura (3.4).

Il radar consiste di quattro grandi sottosistemi:

- > il RADAR Subsystem Antenna, descritto nel paragrafo 3.1
- > il RADAR Radio Frequency Electronics Subsystem (RFES)
- il RADAR Digital Subsystem (DSS)
- > il RADAR Energy Storage Subsystem (ESS).

L'Alenia Spazio ha progettato, integrato e testato il RFES e L'HGA, mentre DSS e ESS sono stati progettati dal JPL.



Fig. 3.4 Diagramma a blocchi del funzionamento del Cassini Titan Radar Mapper

Il RADAR **Radio Frequency Electronics Subsystem (RFES)** è responsabile del trattamento delle radiofrequenze e dei segnali a microonde utilizzati dagli strumenti. Possiamo suddividere le competenze di tale sottosistema in tre categorie: la trasmissione di impulsi modulati linearmente in frequenza ad alta potenza e di impulsi non modulati, la ricezione dell'eco dell'impulso e dei dati radiometrici, operare la calibrazione del segnale.

Esso è composto da sette differenti unità :

- > Digital Chirp Generator (DCG) che genera gli impulsi chirp.
- > Chirp up Converter and Amplifier (CUCA) che trasla il chirp in banda Ku.
- Frequency Generator (FG) che include un oscillatore *ultra-stable* e rappresenta il riferimento temporale sulle durate dei segnali del Radar.
- RFES Power Supply (PPS) converte i 30-volt d.c. (approssimativamente) di input provenienti dal Power and Pyrotechnic Subsystem al voltaggio richiesto dal RFES.
- High Power Amplifier (HPA) che amplifica il segnale a bassa potenza proveniente dal CUCA ai livelli di potenza richiesti per la trasmissione.
- Microwave Receiver (MR). Riceve segnali in banda Ku ed opera la down-convertion. I segnali in questione sono gli echi radar, i segnali radiometrici e di calibrazione.
- Front-end Electronics (FEE): supervisiona la selezione dei segnali per la calibrazione durante i *calibration mode operation*.

Il RADAR **Digital Subsystem (DSS)** è una unità di controllo centrale per le operazioni del radar. Come tale, gestisce gli switchs tra le varie modalità di funzionamento, le comunicazioni seriali, controlla la generazione dei chirp (impulso modulato linearmente in frequenza, per approfondimenti si rimanda al paragrafo inerente il funzionamento dell'altimetro), PRF ecc.

Il DSS performa essenzialmente tre funzioni: riceve e trasmette i comandi Radar al Command and Data Subsystem (CDS), genera e controlla le proprietà dell'impulso trasmesso dal Radar, gestisce il trasferimento dei dati e delle informazioni scientifiche al CDS. Esso consiste delle seguenti unità:

- **Bus Interface Unit (BUI)** che rappresenta l'interfaccia tra il Radar e il CDS.
- Flight Computer Unit (FCU) che raccoglie ed indirizza i comandi, controlla la configurazione del Radar, le informazioni del timing unit etc.
- Control and Timing Unit (CTU) che controlla la configurazione dell'hardware e tutti i riferimenti temporali dei segnali trasmessi dal Radar.
- Signal Conditioner Unit (SCU) supervisiona la gestione della conversione analogico/digitale dei dati.

DSS power supply che converte i 30-volt d.c. di input provenienti dal Power and Pyrotechnic Subsystem al voltaggio richiesto dal DSS.

Il DSS necessità di smaltire il calore prodotto dalle apparecchiature elettroniche, a tale scopo usa due modi principali di trasferimento di calore:

- 1. scambio di calore per conduzione tra il componente elettronico ed il sostegno sottostante e la shear plate
- 2. scambio di calore per irraggiamento tra la shear plate e l'ambiante spaziale

Le componenti che dissipano grandi quantità di energia sotto forma di calore sono montate in speciali *heatsink bracket*, che sono a diretto contatto con la *shear plate* per ottimizzare lo scambio di calore. Particolari elementi sono interposti tra un componente elettronico e la heatsink per minimizzare la resistenza termica di contatto.

Il RADAR **Energy Storage Subsystem (ESS)** è responsabile della conversione dai 30-V dc di potenza provenienti dal PPS a voltaggi maggiori richiesti dal radar e gestisce il filtraggio elettromagnetico/radio-frequenze. Il ESS adopera due modi principali di trasferimento del calore:

- 1. scambio di calore per conduzione tra il componente elettronico ed il sostegno sottostante e la shear plate
- 2. scambio di calore per irraggiamento tra la shear plate e l'ambiante spaziale

Anche in questo caso, come per il DSS, le componenti che dissipano di calore sono montate in speciali heatsink bracket, che sono a diretto contatto con la shear plate, mentre particolari elementi sono interposti tra un componente elettronico e la heatsink per minimizzare la resistenza termica di contatto.

3.3 Temporizzazione delle scansioni RADAR

Durante i 44 targeted Titan flybys le osservazioni scientifiche eseguite dal Cassini Radar non avranno luogo durante l'intero flyby ma in precisi intervalli di quote. Infatti le restanti fasi del flyby saranno utilizzate per l'analisi ottica (*optical remote sensing* ORS, questi strumenti sono montati ortogonalmente all'asse Z lungo il quale sono orientati i fasci del radar) e per l'indagine radio-scientifica, quando l'HGA è puntata verso la Terra per il doppler tracking delle misure campo gravitazionale.

Durante ogni flyby le osservazioni del Cassini Radar avranno inizio diverse ore prima del closest approach (a seconda della quota al closest approach) quando il radar si troverà a lavorare ad altitudini approssimativamente minori di 100000 Km. [10]

Per altitudini comprese tra 100000 Km e 25000 Km, il radar opererà esclusivamente da radiometro per registrare dati riguardanti la temperatura di brillanza e l'emissività della superficie di Titano, la quale è collegata alla composizione chimica della superficie stessa. In questa fase il radar funzionerà passivamente ricevendo, con tutti e cinque i beams, la radiazione elettromagnetica emessa dal pianeta.

Alla quota di 100000 Km la traccia a terra di un beam è circa 500 Km in across range (una risoluzione di 1/10 del disco di Titano). Il fascio verrà mosso con un pattern a spirale (fig. 3.5) o *raster* (fig. 3.7) per coprire l'intero disco di Titano.

La figura 3.5 illustra la copertura a terra del disco di Titano utilizzando una proiezione sinusoidale del pattern a spirale del fascio centrale, beam 3, durante la simulazione del secondo flyby con Titano.

Le tracce a terra mostrate nella figura 3.5 sono relative ad un arco di tempo di 30 secondi. L'impronta dei beams è proporzionale alla quota dello spacecraft. In generale la variazione della spirale verrà limitata dal sottosistema di controllo dell'assetto del satellite.

Per altitudini comprese tra i 25000 Km e 9000 Km, il radar può funzionare alternativamente da radiometro o scatterometro (*low resolution altimeter* 55-140 Km). Durante questo ultimo modo di indagine, si cercherà di stabilire, mediante l'invio di impulsi alle microonde, la composizione della superficie di Titano, in particolare la rugosità ed il coefficiente di back-scattering, studiando l'energia dell'eco riflesso dalla superficie stessa. L'utilità di questa indagine deriva dal fatto che l'impulso sarà deflesso in diverse direzioni, e da ciò dipende l'energia dell'eco (e quindi la possibilità di determinare le caratteristiche della superficie che ha riflesso il segnale).



Fig. 3.5 Rappresentazione della traccia a terra del fascio centrale del Cassini Radar in un arco di tempo di 30 secondi durante il flyby 2

Per altitudini comprese tra 9000 Km e 4000 Km, il radar si attiverà alternando il funzionamento da radiometro e quello da altimetro (*high resolution*: 24-27 Km in orizzontale e 50 m in verticale). In questo ultimo modo di funzionamento si ricaveranno precise informazioni sull'altezza della superficie di Titano rispetto alla superficie del geoide di riferimento. Durante il funzionamento da altimetro verrà utilizzato il fascio centrale puntato al nadir (Beam 3, circolare 0.35° across). L'analisi simultanea di altimetria e scatterometria risulterà molto interessante ai fini dell'analisi meteorologica (con la quota, il profilo di temperatura dell'atmosfera di Titano si riduce di 1K/Km) permettendo di comprendere gli scambi di calore, radiativi e convettivi, che avvengono nell'atmosfera di Titano.

La tabella 3.2 mette a confronto le caratteristiche peculiari del funzionamento del Cassini Radar in modalità Altimetro e Scatterometro.

| | Altimeter | Scatterometer |
|-----------------|-----------|---------------|
| Frequency (GHz) | 13.8 | 13.8 |
| Peak power (W) | 46.2 | 46.2 |

| $\Theta_{3\mathrm{DB}}$ | 0.35 | 0.35 |
|--------------------------------|------------|------------|
| Antenna gain at boresight (dB) | 50.4 | 50.4 |
| Peak antenna sidelobe (deg) | -16 | -16 |
| Transmit pulse duration (µs) | 150 | 500 |
| Chirp bandwidth (MHz) | 4.25 | 0.11 |
| PRF (kHz) | 4.7 to 5.6 | 1.0 to 3.0 |
| System noise temperature (K) | 800 | 800 |

TAB. 3.2 Parametri del Cassini Radar in modalità Altimetro e Scatterometro

Per altitudini inferiori ai 4000 Km, generalmente intorno al closest approach, il radar funzionerà principalmente da SAR (*imaging mode*) e secondariamente da radiometro. La tabella 3.3 riporta le caratteristiche del funzionamento da SAR del Cassini Radar durante un intervallo di \pm 16 minuti rispetto al closest approach.

| Tempo rispetto al c.a. | (-6,+6) | (-12,-6), (+6,+12) | (-16,-12), (+12,+16) |
|-------------------------|---------------|--------------------|----------------------|
| (min) | | | |
| Quota (Km) | 1000 - 1556 | 1556 - 2895 | 2895 - 4002 |
| Potenza trasmessa (W) | 46.2 | 46.2 | 46.2 |
| Imaging mode | HRI | MRI | LRI |
| Chirp bandwidth (MHz) | 0.85 | 0.50 | 0.425 |
| Antenna gain (dB) | 44.4 | 44.4 | 44.4 |
| Noise temperature (K) | 800 | 800 | 800 |
| Number of bursts/cycles | 2 | 3 - 6 | 6 - 8 |
| Burst duration (ms) | 6.5 – 11.1 | 10.3 - 20.4 | 19.6 - 28.6 |
| PRF (Hz) | 3000 - 35000 | 1800 | 0-3000 |
| Max data rate (kbps) | 255 | 195 | 195 |
| Ground range esolution | 480 - 640 (m) | 480 – 2700 (m) | |
| Azimuth resolution | 350 - 420 (m) | 420 - | 720 (m) |
| Incidence angle (deg) | 14.0 - 18.6 | 16.4 - 28.9 | 22.2 - 35.4 |

TAB. 3.3Parametri del Cassini Radar per l'Imaging Mode

Durante il funzionamento da radar ad apertura sintetica (SAR) verranno fornite immagini, ad alta e bassa risoluzione, della superficie di Titano, sfruttando i beams che guarderanno off-nadir (fig 3.6). Ad un intervallo pari a circa $\pm 15 \div 20$ minuti intorno al closest approach, l'Orbiter effettuerà una serie di manovre di assetto per puntare tutti i

beams dell'antenna del Cassini Radar lateralmente rispetto alla direzione del moto, a destra o sinistra della traccia a terra dello spacecraft, con valori costanti del look angle compresi tra 10°-30° durante ciascun Titan flyby.



Fig. 3.6 Geometria di osservazione del Cassini Radar in modalità SAR

Il valore complessivo dello swath in cross-track può variare tra i 120 Km ed i 460 Km per quote dello spacecraft comprese tra 1000 Km e 4000 Km.

Durante la fase di *high-resolution imaging*, a quote dello spacecraft minori di 1550 Km, il Radar permette una risoluzione in azimuth compresa tra i 350 m ed i 420 m, mentre permette una risoluzione in range variabile tra 480 m e 640 m. Invece le risoluzioni ottenute per la modalità *low-resolution images* in azimuth sono 420 m – 720 m, mentre in range 480 m – 2700 m.

Prima e dopo ciascuna operazione di data-traking il Radar attiverà una sequenza di calibrazione interna (per il radiometro è una procedura di calibrazione assoluta) per testare lo stato e le performance delle strumentazioni.

A fine missione circa un 30 % della superficie di Titano verrà coperta dall'analisi di imaging mode, una piccola percentuale della superficie di Titano sarà stata scandagliata dall'altimetro e dallo scatterometro, mentre oltre il 90% di tale superficie sarà stata studiata dall'indagine radiometrica.



Fig. 3.7 Raster beam pattern

La figura 3.8 rappresenta la suddivisione temporale, ad ogni passaggio, tra le varie osservazioni da radiometro- altimetro - scatterometro e SAR, in un tipico Titan flyby con quota al closest approach non superiore ai 2500 Km.



Fig. 3.8 *Timeline per l'indagine del Cassini Radar durante un tipico Titan flyby. Ovviamente dopo il minuto 0 la sequenza si ripete inversamente.*

La seguente tabella 3.4 è un sommario della possibile sequenza temporale di acquisizione dei dati durante un tipico targeted Titan flyby con quota al closest approach pari a 1000 Km e velocità rispetto a Titano di circa 6 Km/s.

| Radar Mode | Time relative to Closest approach (min) | Min/Max Altitude (Km) |
|--------------------------------------|--|--------------------------|
| SAR High-Res | -6 to +6 | 1000/1600 |
| SAR Low-Res | -16 to -6 & +6 to +16 | 1600/4000 |
| ALTIMETER High-Res | -30 to -16 & +16 to +30 | 4000/9000 |
| ALTIMETER Low-Res (Scatterometer) | -70 to -30 & +30 to +70 | 9000/22.500 |
| Calibration Rotation | -78 to -70 & +70 to +78 | 22.500/25.000 |
| Radiometer only | -300 t0 -78 & +78 to +300 | 25.000/100.000 |

TAB.3.4 Cassini Radar timeline durante un targeted Titan flybys

Infine la seguente tabella 3.5 mette a confronto le caratteristiche del Cassini Titan Radar Mapper in modalità attiva.

| | Low-Res.ALT | Hi-Res. ALT | Low-Res. SAR | Hi-Res SAR |
|---------------------------------|---------------|----------------|------------------------|------------------------|
| Max data rate to S/C | 30 kbps | 30 kbps | 195 kbps | 255 kbps |
| Data Compression | 8 – 4 BAQ | 8 – 4 BAQ | 8 – 2 BAQ | 8 – 4 BAQ |
| Antenna beam Sequence Mask | 3 | 3 | 1-2-3-4-5 o 1-2-4-5 | 1-2-3-4-5 o 1-2-4-5 |
| Sample rate | 0.25 MHz | 10 MHz | 1 MHz | 2 MHz |
| Chirp bandwidth | 106 kHz | 4.25 MHz | 425 kHz | 850 kHz |
| Pulse width | 300 – 500 µs | 150 μs | 250 – 375 μs | 200 – 225 μs |
| PRF | 900 – 1025 Hz | 4700 – 5000 Hz | 1800 – 3000 Hz | 3000 – 35000 Hz |
| Burst Period | 880 ms | 3333 ms | 135 – 315 ms | 88 – 130 ms |
| Transmit Time | 20 ms | 1.4 – 1.8 ms | 13 – 30 ms | 7.8 – 13 ms |
| Duty cycle/TX-time (PW/PRF) | 29% - 47% | 71% - 75% | 69% - 74% | 68% - 75% |
| Duty cycle/burst (PW/PRF/BP) | 0.65% - 1.02% | 0.03% - 0.05% | 6.7% - 6.8% | 6.2% - 6.6% |

3.4 Doppler Tracking.

A causa della variazione di distanza radiale tra spacecraft e Titano lungo l'orbita del flyby, il segnale radar ricevuto presenterà uno scostamento Doppler.

L'effetto Doppler si basa sul cambiamento della frequenza, osservato, quando c'è moto relativo radiale, cioè lungo la congiungente fra un trasmettitore ed un ricevitore. Se la distanza tra radar e bersaglio è $\frac{2R}{\lambda}$, poiché una lunghezza d'onda corrisponde ad una escursione di 2π della fase del campo, la fase totale φ "percorsa" da un'onda elettromagnetica a frequenza f₀ è $4\pi R/\lambda_0$ radianti, con $\lambda_0=c/f_0$.

Ovviamente se il bersaglio è in movimento, sia r che φ dipendono dal tempo, ed un cambiamento nel tempo della fase equivale ad una frequenza istantanea f_d che si aggiunge alla frequenza f₀:

$$2\pi f_d = \frac{d\varphi}{dt} = -\frac{4\pi}{\lambda} \frac{dr}{dt}$$
(3.1)

Questo scostamento di frequenza (*Doppler shift*) è quindi direttamente proporzionale alla velocità relativa radiale V_r (cioè alla componente lungo la congiungente radar-target) fra trasmettitore e ricevitore, ed è espresso, se la velocità relativa è molto minore della velocità della luce, dalla relazione:

$$f_d = \frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi}{dt} = -\frac{2V_r}{\lambda}$$
(3.2)

In base a tale fenomeno, se viene trasmesso un impulso, il segnale ricevuto sarà traslato in frequenza di una quantità proporzionale alla variazione della distanza radar-target, secondo la relazione:

$$f_d = -\frac{2}{\lambda} \frac{d}{dt} R(t) \tag{3.3}$$

L'entità dello di tale scostamento dipende dal puntamento dell'antenna, dalla frequenza di trasmissione e dalla geometria dell'orbita. Assumendo che l'antenna sia puntata verso il centro di Titano per un determinato periodo del flyby, il massimo scostamento Doppler Δf sarà minore di ±600 kHz per una traiettoria che presenti una quota al closest approach h_0 =1000 Km, assumendo i valori delle quote e delle velocità calcolati nel CAP.II [18].

Nel design del Radar i segnali chirp che verranno generati dal Chirp Generator Subsystem avranno una frequenza centrale traslata di – Δf per compensare lo scostamento Doppler.

In aggiunta allo scostamento Doppler previsto, le perturbazioni orbitali e l'errore inevitabile sul puntamento al nadir (i fasci presenteranno sempre un angolo di off-nadir limitato) comporteranno un contributo addizionale di scostamento in frequenza.

I filtri radar in ricezione sono progettati con bande sufficientemente ampie per compensare questi scostamenti di frequenza residui.



Doppler Shift durante il Flyby

Fig. 3.9 Scostamento Doppler di un tipico Titan Flyby

La figura (3.9) mostra lo scostamento Doppler durante un tipico Titan flyby con quota al closest approach di 1000 Km (v.Fig. 2.18). Le zone comprese tra i punti evidenziati rappresentano i valori degli scostamenti Doppler durante il periodo di funzionamento del Cassini Radar da Altimetro. Queste ultime sono evidenziate nelle figure seguenti, che si riferiscono alla fase di avvicinamento ed allontanamento rispetto al closest approach.



Fig. 3.10-3.11 Scostamenti Doppler durante il funzionamento del Cassini Radar da Altimetro. La fig. 3.10 si riferisce alla fase di allontanamento dal c.a. mentre la fig. 3.11 alla fase di avvicinamento.

3.5 Cassini Radar: Burst Timing

Il funzionamento a "bursts" nasce normalmente dall'esigenza di risolvere il compromesso tra l'evitare ambiguità in range (cosa che richiede PRF, pulse repetition frequency, basse) e quella in doppler (dove occorrono PRF elevate).

Una tecnica possibile è trasmettere una lunga "raffica" di impulsi ad elevata PRF (che garantisce un adeguato campionamento della banda doppler) all'interno di un *burst period* (BRI) in modo che la restante parte del BRI può essere sfruttata per ricevere tutti gli echi di ritorno senza ambiguità. Naturalmente ciò è valido solo se la finestra in range in cui ci si attende l'eco di ritorno sia relativamente ristretta (come accade per un radar altimetro). L'elevato rate all'interno di un "burst" di impulsi permette di non sottocampionare la banda doppler (cosa fondamentale quando si utilizzano tecniche di apertura sintetica) estraendo così per ogni burst uno spettro doppler.

In più il funzionamento burst mode permette di ridurre i data rate per le modalità SAR. La durata del burst (*burst time*) determina la risoluzione in azimuth mentre il numero di bursts determina il numero di looks.

Per il Cassini Radar il funzionamento burst mode è soprattutto legato alla necessità di allocare un range di variazione della distanza dal bersaglio molto ampio, trasmettendo un numero sufficiente di impulsi per non compromettere il rapporto Segnale/Rumore (SNR), senza utilizzare meccanismi complessi come PRF adattive o simili.

Pertanto una serie successiva di impulsi, *burst*, è trasmessa dall'antenna del Cassini Radar, con una certa lunghezza τ_B (*burst length*) e periodo BRI (*burst repetition intervall*), prima che venga ricevuto il primo eco radar.

Il numero di impulsi per burst deve essere un numero intero. Esso è legato al periodo dell'impulso dalla seguente relazione:

$$N_B = \frac{\tau_B}{PRI} \tag{3.4}$$

La lunghezza del burst non deve eccedere il tempo di propagazione dell'impulso:

$$t_d = \frac{2h}{c} \tag{3.5}$$

in modo che l'eco di ritorno può essere ricevuto senza ambiguità.

Naturalmente gli echi sono ricevuti all'interno della parte del periodo di burst che non è occupato dal burst stesso (*closest burst method*) detto *reception length*:

$$L_R = BRI - \tau_B \tag{3.6}$$



Fig. 3.12 Esempio di burst cycle timing

Allo stesso tempo, il criterio di campionamento di Nyquist richiede che la PRI non deve eccedere la seguente limitazione:

$$PRI \le \frac{D}{2V_{S/C}} = \frac{1}{B_D}$$
(3.7)

Il tempo di integrazione è assunto pari alla durata del burst e deve essere sotto il limite superiore disposto dall' *unfocused processing*, che può essere ottenuto dalla seguente relazione:

$$T_{iu} = \sqrt{\frac{\lambda h}{2}} \frac{1}{V_{S/C}}$$
(3.8)

il quale, infine, fissa la massima risoluzione in azimuth per questo genere di sistema:

$$\rho_{a.t.} \approx \frac{\lambda h}{2VT_i} \tag{3.9}$$

CAPITOLO IV

RADAR ALTIMETER MODE

Nel seguente capitolo verranno esposti i principi di funzionamento ed i modelli analitici che descrivono il funzionamento di un Radar Altimetro. In seguito, quanto esposto, verrà specificato per il funzionamento del Cassini Radar in modalità Altimetro ad alta risoluzione.

4.1 Radar Altimetri, generalità.

Un Radar Altimetro è un sensore radar attivo, che è utilizzato nell'ambito delle indagini scientifiche del Telerilevamento aerospaziale.

Esso misura l'elevazione, in scala globale, della superficie, terra o mare, lungo la traiettoria percorsa dalla piattaforma, attraverso l'invio di microonde in direzione nadirale, ossia con un angolo di incidenza θ nullo. In particolare, quando l'altimetro sorvola masse oceaniche, è in grado di rilevare le variazioni dell'altezza media della superficie oceanica. Il livello del mare, infatti, è ben lungi dall'essere costante: il suo livello è influenzato da anomalie del campo gravitazionale, dalle maree, dalla presenza di correnti e di rilievi sottomarini. Inoltre, dall'analisi degli echi radar raccolti, è possibile inferire l'altezza delle onde e la velocità del vento al livello del mare, dati che rivestono anch'essi una non trascurabile importanza sia scientifica che applicativa.

Diversi Radar Altimetri sono stati installati a bordo di piattaforme spaziali: ricordiamo che il primo radar altimetro 'operativo' ha volato nel 1978, a bordo del satellite SeaSat della NASA. Radar altimetri sono stati impiegati nelle missioni Pioneer, Apollo 17, Geosat e sono impiegati a bordo dei satelliti europei ERS-1 ed ERS-2, Envisat, del francoamericano Topex e, naturalmente, a bordo dello spacecraft Cassini-Huygens.

4.2 Radar Altimetri: Applicazioni scientifiche e prospettive

Le principali applicazioni dei radar altimetri satellitari sono distinguibili in due tipologie:

Studio della Terra

Studio dei Pianeti del Sistema Solare

Le applicazioni dei RA allo studio della Terra si indirizzano sulle indagini Oceanografiche, che rappresentano un contributo essenziale alla conoscenza dei fenomeni climatologici, in tutte le loro implicazioni, del nostro pianeta.

I profili del livello oceanico, ottenuti per mezzo di RA (che, combinati su diverse orbite, permettono di realizzare vere e proprie mappe globali), opportunamente elaborati per separane le diverse componenti statiche e dinamiche, permettono di ottenere informazioni preziose quali:

Misura del geoide

Il geoide è la superficie equipotenziale alla quale tende a porsi, in condizioni di equilibrio idrostatico, il livello del mare. La forma del geoide è determinata dal campo gravitazionale terrestre e dall'effetto centrifugo dovuto alla rotazione del pianeta: esso si discosta dall'ellissoide di riferimento a causa delle disomogeneità del campo gravitazionale stesso. Lo studio di tali variazioni fornisce indicazioni di interesse geofisico: le variazioni a grande scala (sull'ordine dei 1000 Km) sono correlate ai fenomeni che avvengono in profondità nel mantello, quelle a media scala (sull'ordine dei 100 Km) sono invece utili per lo studio della litosfera. Variazioni a scala minore sono normalmente correlate alla topografia dei fondali

oceanici (i principali rilievi subacquei sono perfettamente riconoscibili nelle mappe radar-altimetriche).

Circolazione oceanica

Il livello della superficie oceanica si discosta dal geoide sia a causa delle maree che di effetti dovuti alla circolazione oceanica. Ad esempio, le correnti oceaniche producono dislivelli di diverse decine di centimetri, che sono perfettamente rilevabili dai radar-altimetri. Le mappe della circolazione oceanica, ottenibili con tali strumenti, sono preziose in climatologia per lo studio degli scambi termici a livello planetario.

Venti e moto ondoso

La possibilità di disporre di informazioni sulla distribuzione a livello globale dell'intensità del moto ondoso e dei venti è di interesse sia per gli oceanologi che per i metereologi, al fine di capire e prevenire fenomeni meteorologici di portata mondiale.



Fig. 4.1 Vista Schematica delle relazioni tra Fenomeni Determinati dalla dinamica degli Oceani e dei Ghiacci in relazione alla scala spazio-temporale.

Per quanto

concerne lo studio dei Pianeti del Sistema Solare, le indagini scientifiche trovano nell'utilizzo dei Radar Altimetri un efficiente mezzo di indagine circa la natura della superficie del pianeta target. Dall'analisi dell'eco riflesso, oltre alle misure circa l'elevazione relativa della superficie scandagliata, è possibile ricavare informazioni circa la struttura topologica e morfologica del pianeta, nonché la natura chimica della superficie del pianeta e la sua struttura interna. Ancor più preziose sono le informazioni elaborate dal radar Altimetro in virtù della possibilità di un utilizzo congiunto con altri modi di indagine di Remote Sensing. Ciò permette un confronto di modelli e, quindi, la possibilità di costruire modelli più complessi e globali del pianeta esaminato. Particolarmente interessante è l'utilizzo congiunto dei dati altimetrici e radiomentrici per meglio caratterizzare e comprendere i flussi termici radiativi e convettivi nelle atmosfere.

Le missioni radar-altimetriche, effettuate negli ultimi anni, hanno fornito una notevole mole di dati di grande importanza scientifica. L'ultima generazione di RA ha raggiunto accuratezze intrinseche di pochi centimetri. L'attuale tendenza, più che verso un ulteriore aumento dell'accuratezza, va verso l'abolizione della necessità di correzioni esterne (i.e. impiegando una seconda frequenza di lavoro, è possibile determinare il ritardo introdotto dalla propagazione nella ionosfera - dipendente dalle frequenza - svincolandosi dalla necessità di dati di correzione forniti dall'esterno).

Altre linee di tendenza per il futuro sono [35]:

- Altimetri estremamente leggeri e compatti, ottimizzati per l'impiego su minisatelliti da impiegarsi in costellazioni per migliorare la copertura e la frequenza di aggiornamento dei dati, eventualmente impiegando anche tecniche multistatiche (un trasmettitore e molti ricevitori separati).
- Ottimizzare le tecniche che aumentano la risoluzione angolare tramite tecniche di apertura sintetica e/o interferometriche. Ciò permette di avere un'impronta a terra del fascio estremamente ridotta (elevata risoluzione spaziale), indipendentemente dall'effetto di "*pulse limiting*" (osservazione "pulse limited", ovvero in cui la superficie illuminata ad un certo istante sia determinata solamente dalla risoluzione in distanza e non dall'apertura del fascio d'antenna), rendendo l'altimetro utilizzabile anche per la mappatura topografica su terra e su ghiaccio.

4.3 Radar Altimetro: principio di funzionamento

Sensori Radar. Il Radar (Radio Detection And Ranging) è un sensore attivo operante nella banda di frequenza delle microonde e che ha, fondamentalmente, la funzione di misurare le caratteristiche elettromagnetiche di un oggetto "illuminato" da segnali inviati dal radar stesso, nonché la sua distanza, attraverso il calcolo del tempo di propagazione di un segnale inviato ad un bersaglio riflettente. La sorgente di questi segnali consiste in un trasmettitore, che genera la radiazione elettromagnetica, ed in un'antenna, che irradia nello spazio, in modo opportuno, questa radiazione, focalizzandola sulla superficie da osservare. Se questa superficie è scabrosa, l'onda elettromagnetica viene diffusa in tutte le direzioni. In particolare, una parte dell'energia elettromagnetica viene *retroirradiata*, ossia riflessa nuovamente in direzione del radar, per cui si parla di retrodiffusione o **backscattering** (Fig. 4.2).



Fig. 4.2 Il fenomeno della retrodiffusione o bacscattering

Tale energia è captata dall'antenna, che è collegata al ricevitore, che rileva il segnale e lo registra in modo da poter essere, poi, elaborato. La discriminazione tra i segnali di ritorno (gli "echi radar"), ricevuti da differenti direzioni di propagazione, può essere realizzata con tecniche differenti, che coinvolgono la discriminazione temporale (echi che ritornano in istanti differenti appartengono a bersagli a differente distanza dal radar), la discriminazione angolare (echi provenienti da direzioni maggiori dell'ampiezza di fascio a 3dB dell'antenna non sono ricevuti), e la discriminazione in termini di scostamento Doppler (echi con scostamento Doppler differente appartengono a bersagli in posizioni differenti, perché la componente radiale della velocità relativa sensore-bersaglio è differente).

I componenti di un sistema radar sono quindi:

a) un generatore di impulsi, che invia, con una certa PRF, impulsi di energia a microonde;

b) un trasmettitore;

 c) un duplexer (è un dispositivo che collega l'antenna al trasmettitore quando deve essere inviato l'impulso, e la collega al ricevitore quando deve essere ricevuto l'eco);

d) un'antenna direttiva, che focalizza l'energia associata agli impulsi in un fascio;
e) gli echi radar, ricevuti dall'antenna, che vengono amplificati ed opportunamente elaborati per ottenere informazioni d'immagine;

f) un dispositivo di immagazzinamento dati, per elaborazioni successive (*postprocessing*), o un dispositivo di visualizzazione *real-time* (un monitor, ad esempio).

I radar possono trasmettere segnali continui (si parla di radar *Continuous* Wave, o CW), oppure degli impulsi sinusoidali di durata finita (in questo caso si parla di *radar ad impulsi*). In questo secondo caso, il numero di impulsi trasmessi al secondo si chiama PRF (*Pulse Repetition Frequency*, frequenza di ripetizione dell'impulso). Un impulso (in inglese, *pulse*) di durata *t* e di frequenza f_0 , è un tronco di sinusoide:

$$s(t) = A\cos 2\pi f_0 t \quad -\frac{\tau}{2} \le t \le \frac{\tau}{2} \tag{4.1}$$

il cui inviluppo (ossia la curva che unisce i massimi locali) è un impulso rettangolare di durata *t*. Un parametro di fondamentale importanza, nella comprensione della capacità del radar nel discriminare due bersagli in distanza (ovvero per determinare la risoluzione in *range*), è la **banda** del segnale trasmesso, ossia l'intervallo di frequenze (centrato intorno a f_0) "occupato" dall'impulso.

E' possibile dimostrare che la banda di un impulso rettangolare monocromatico (cioè del tipo (4.1), con frequenza portante pari a f_0 , è pari a:

$$B = \frac{1}{\tau} \tag{4.2}$$

La durata degli impulsi è molto piccola rispetto al periodo di tempo che intercorre fra due impulsi successivi (tipicamente, il prodotto τ^* PRF è circa pari a 1/1000).

L'intervallo di tempo, fra emissione dell'impulso e ricezione dell'eco, può essere misurato con grande accuratezza e, quindi, essendo nota la velocità di propagazione delle onde elettromagnetiche nello spazio (pari a $c \cong 3 \times 10^8$ m/s nel vuoto), è possibile calcolare la distanza R dal radar dell'area osservata.

Dal momento che l'impulso trasmesso percorre una distanza pari a 2R (andata e ritorno) in un tempo T, è ovvio che:

$$R = \frac{cT}{2} \tag{4.3}$$

Se due bersagli sono separati da una distanza ΔR , due echi verranno ricevuti dall'antenna (che ha trasmesso un solo impulso), e torneranno al radar con una separazione temporale:

$$\Delta T = \frac{2\Delta R}{c} \tag{4.4}$$

Se l'impulso trasmesso ha durata τ , è necessario che sia :

$$\tau > \frac{2\Delta R}{c} \tag{4.5}$$

per fare in modo che i due echi non si sovrappongano.

Pertanto possiamo definire la *Risoluzione geometrica o spaziale* come la minima distanza relativa alla quale due oggetti possono trovarsi ed essere identificati come oggetti distinti:

$$\rho = \Delta R_{\min} = \frac{c\tau}{2} = \frac{c}{2B} \tag{4.6}$$

Si nota dalla (4.5) che, per avere una risoluzione in range adeguata (sull'ordine del metro), occorrerebbe trasmettere segnali di durata troppo piccola (sull'ordine dei nanosecondi, ma al più è possibile trasmettere segnali con durata dei micro-secondi).

Questo perché la durata di un impulso è anche legata alla sua energia, ed alla sua potenza; l'energia di un impulso è a sua volta legata alla capacità di rivelare la presenza di un bersaglio, e sono desiderabili impulsi ad alte energie, cioè a grandi valori di τ . Questo peggiorerebbe però la capacità di discriminare i bersagli in *range* (un vincolo che "spinge" verso valori piccoli di τ , ovvero bande grandi). L'esigenza di avere impulsi con bande grandi e durate sufficientemente grandi, impossibile da ottenere con impulsi rettangolari, è risolta con tecniche di *modulazione* dell'impulso (nei radar si usano impulsi con modulazione lineare di frequenza, detti *chirp pulses*, o semplicemente *chirp*, che "spezzano" il legame fra τ e B). In definitiva, a parità di durata dell'impulso, con una modulazione lineare in frequenza si aumenta la banda del segnale trasmesso. Un segnale chirp ha la seguente espressione:[36]

$$s(t) = A\Pi\left(\frac{t}{\tau}\right)e^{j2\pi f_0 t}e^{j2\pi \frac{\alpha}{2}t^2}$$
(4.7)

ed è caratterizzato da una fase parabolica e frequenza istantanea lineare:

$$\varphi(t) = 2\pi f_0 t + 2\pi \frac{\alpha}{2} t^2$$

$$f(t) = \frac{\dot{\varphi}}{2\pi} = f_0 + \alpha t$$
(4.8)

Facciamo notare come in questo caso la banda del segnale chirp sia direttamente proporzionale alla durata dell'impulso:

$$B = \alpha \tau, \quad \alpha = \text{rate del chirp}$$
 (4.9)

Quindi, un radar ad impulsi chirp permette di disporre di ottime risoluzioni in range (ordine del m) con impulsi di durata dell'ordine dei millisecondi e, quindi, con potenze di picco basse.

Praticamente, non potendo trasmettere istantaneamente tutta la banda, in quanto occorrerebbe un impulso troppo stretto, si trasmettono le frequenze sfasate nel tempo. Occorrerà quindi in fase di ricezione un ricevitore, che comprima le fasi in modo che, alla sua uscita, le frequenze saranno tutte sovrapposte ad un certo istante di tempo, cioè si avrà un impulso stretto focalizzato in un istante di tempo. Tali ricevitori sono detti *filtri adattati*. Le figure 4.3 e 4.4 mostrano l'andamento di un segnale chirp in funzione del tempo ed il corrispondente andamento in frequenza.



Fig. 4.3



Fig. 4.4

Radar Altimetri. Un Radar Altimetro è un particolare Radar attivo che misura l'altezza della superficie, terra o mare, lungo la traiettoria percorsa dalla piattaforma attraverso l'invio di microonde in direzione nadirale, ossia con angolo di incidenza nullo. La geometria di osservazione del sistema è rappresentata in fig. 4.5: Δ_{range} è la dimensione della cella di risoluzione in distanza. Se l'apertura del fascio di antenna è maggiore di +/- θ (cosa che si ottiene per dimensioni della cella di risoluzione in distanza molto piccole, corrispondenti a risoluzioni temporali dell'ordine dei nanosecondi), l'altimetro è detto **pulse limited**, ed il segnale incidente illuminerà quindi, inizialmente, una superficie circolare di diametro A.



Fig. 4.5 Geometria di osservazione del RA pulse limited

Successivamente, all'avanzare del fronte dell'onda, la superficie illuminata sarà una corona circolare che si allarga, fino al limite corrispondente all'apertura del fascio di antenna. Come illustrato nella figura 4.6, la prima cella che risponde all'impulso è un cerchio. Tale cerchio sussiste per tutti gli istanti:

$$\frac{2h}{c} \le \tau \le \frac{2h}{c} + \frac{2\rho}{c} \tag{4.10}$$



ed è detta prima cella di risoluzione. [47-52]

Fig. 4.6 Radar Altimetro Pulse Limited footprint

L seconda cella di risoluzione sussiste per:

$$\frac{2h}{c} + \rho \le \tau \le \frac{2h}{c} + 2\left(\frac{2\rho}{c}\right) \tag{4.11}$$

la quale non è più un cerchio, bensì una corona circolare. L'area della prima cella, nell'ipotesi, accettabile, di $\rho \ll h$, può scriversi come segue:

$$A_0 = \pi \rho_0^2 \tag{4.12}$$

dove, ρ_0 , detto *raggio di boom limited*, rappresenta la risoluzione al nadir, in ground range, del radar altimetro ed è pari a:
$$\rho_0 = \sqrt{2h\rho} = \sqrt{c\,th} \tag{4.13}$$

Se $\rho \ll h$, le altre celle di risoluzione, successive alla prima, saranno delle corone circolari di area costante, pari all'area della prima cella.

L'altezza *h* viene determinata misurando il ritardo T tra l'istante in cui è avvenuta l'emissione di un impulso di durata τ e quello in cui si riceve l'eco (Fig. 4.7). Risulta infatti :

$$h = \frac{cT}{2} \tag{4.14}$$

Utilizzando impulsi di tipo chirp, con durata ragionevolmente grande (qualche μ s) e bande molto grandi (dell'ordine dei 100 MHz), è possibile ottenere profili altimetrici con un'accuratezza di una frazione del metro (ad esempio per il radar altimetro montato sul satellite Seasat, radar che trasmette impulsi chirp di durata pari a 3.2 μ s e banda di 320 MHz, con una PRF di 1020 Hz, essa è di 0.47 metri). Con tali accuratezze, un radar altimetro montato a bordo di un satellite riesce agevolmente a misurare l'altezza delle onde oceaniche o le maree ed i rigonfiamenti dovuti agli uragani (normalmente 3-6 m).



Fig. 4.7 Geometria di misura del RA pulse limited

Le caratteristiche dell'eco radar dipendono dalle proprietà geometriche e fisiche, quali forma, rugosità, costante dielettrica e conducibilità elettrica dell'oggetto osservato, nonché dalla direzione di illuminazione. Per quanto riguarda il modello di scattering della superficie di Titano si rimanda al paragrafo specifico del prossimo capitolo. Di seguito forniremo considerazioni di carattere generale, che verranno poi specializzate al caso dell'analisi del Cassini Radar Altimeter Mode.

Per superfici oceaniche o di pendenza quasi trascurabile, incise quasi-normalmente da altimetri pulse limited (ricordiamo che in tale configurazione la superficie illuminata ad un certo istante è determinata solamente dalla risoluzione in distanza e non dall'apertura del fascio dell'antenna, questo significa dire che l'impulso compresso è molto più stretto del fascio) l'eco è descritto analiticamente dal cosiddetto *modello di Brown*. L'andamento tipico di tale eco è mostrato nella seguente figura 4.8.

Per spiegare la forma dell'eco di Brown basta tenere conto che per una superficie scatterata piatta, la potenza riflessa P_r è proporzionale all'area illuminata. Per quanto osservato in precedenza, si evince che il ritorno di potenza esibirà prima una crescita iniziale quasi lineare (in conseguenza del fatto che la cella a terra cresce rapidamente da un punto ad un cerchio) alla quale segue un tratto costante (l'area illuminata è costante) ed in seguito un decremento dovuto al pesaggio del pattern dell'antenna (quando la corona circolare si espande fino al limite del fascio).

La seguente espressione dell'eco di ritorno è stata ricavata nell'ipotesi di distribuzione Gaussiana a media nulla della densità di probabilità della quota dell'onda dell'oceano:[28]

$$P_{r}(\tau) \approx \begin{cases} \frac{1}{2} \eta P_{T} P_{FS}(0) \sqrt{2\pi} \sigma_{p} \left[1 + erf\left(\frac{\tau}{\sqrt{2}\sigma_{c}}\right) \right] & \tau < 0 \\ \frac{1}{2} \eta P_{T} P_{FS}(\tau) \sqrt{2\pi} \sigma_{p} \left[1 + erf\left(\frac{\tau}{\sqrt{2}\sigma_{c}}\right) \right] & \tau \ge 0 \end{cases}$$

$$(4.15)$$

dove η =BT>>1 è il fattore di compressione dell'impulso trasmesso, P_T è la potenza di picco trasmessa, P_{FS} è la risposta impulsiva di una superficie quasi piatta, σ_p =0.425T e

$$\sigma_{c} = \sqrt{\sigma_p^2 + \left(\frac{2\sigma_s}{c}\right)^2}$$
, con σ_s rugosità della superficie illuminata.

Dalla stima dell'eco di Brown si risale al coefficiente di backscattering della superficie illuminata, alla rugosità di tale superficie ed al tempo di ritardo fra orbita e superficie (t_0).

A sua volta dalla stima di t_0 si può ricavare la quota del radar sull'oceano e se è nota l'orbita del satellite, cioè la sua quota rispetto al pianeta osservato, dalla differenza delle due distanze è possibile ricavare l'altezza media della superficie. In sostanza, un Radar Altimetro stima l'altezza media della superficie che illumina, il suo coefficiente di backscattering σ^0 ed il valore della rugosità σ_s a partire dall'eco ricevuto.

È possibile dimostrare che la stima dell'altezza media dipende dal passaggio della curva per lo zero. Se varia t_0 , cioè h, l'eco trasla a sinistra o destra (Fig. 4.11).

La stima di σ_s dipende dal tempo di salita dell'eco, più σ_s è elevata più il tempo di salita diventa basso, cioè in tal caso l'eco sale dolcemente e lentamente, viceversa più σ_s è basso più la curva sale in maniera rapida (Fig.4.10). Infine al variare di σ^0 varia il massimo della curva (Fig.4.12).



Fig. 4.8 Diagrammi di riflessione per osservazioni nadirali. Il primo si riferisce ad una superficie calma, il secondo ad una superficie increspata.



Fig. 4.9 Modello di Brown: risposta impulsiva reale di una superficie di pendenza trascurabile incisa quasi-normalmente



Fig. 4.10 Modello di Brown: variazione dell'eco al variare di σ_S



Fig. 4.11 Modello di Brown: variazione dell'eco al variare di t₀



Fig. 4.12 Modello di Brown: variazione dell'eco al variare di σ^0

4.4 Implementazione del funzionamento del RA

Nel paragrafo precedente abbiamo stabilito che per un RA pulse limited che trasmette impulsi chirp la risposta di impulsiva di una superficie incisa quasi normalmente, per la quale sia trascurabile la pendenza, è sostanzialmente funzione di tre parametri:

- 1. t_0 =tempo al nadir = $\frac{2H}{c}$
- 2. coefficiente di backscattering σ^0
- 3. valore della rugosità σ_S

La stima di questi tre parametri può essere ricavata dall'analisi dell'eco ricevuto.

Tuttavia occorre tenere conto che i tre parametri in questione non sono tra loro indipendenti, pertanto non possono essere stimati indipendentemente l'uno dall'altro senza controllare l'errore commesso.



Fig. 4.13 Schema funzionale di un RA pulse limited che trasmette impulsi chirp

In fase di trasmissione il RA trasmette un impulso chirp, mentre in ricezione effettua una operazione detta *dechirping impulsivo* o *deramping*.

Tale operazione consiste nell'andare a moltiplicare il complesso coniugato del chirp di andata ed il chirp di ritorno tra di loro. Quello che si ottiene non è un chirp ma un tono puro.

Infatti, considerando l'espressione del chirp trasmesso in banda base, si ha: [40]

$$X_{BB} = \Pi \left(\frac{t}{T}\right) e^{j2\pi \frac{\alpha}{2}t^2}$$
(4.16)

si può dimostrare che il segnale ricevuto è ancora un chirp traslato del tempo t₀:

$$X_R(t) = \Pi\left(\frac{t - t_0}{T}\right) e^{j2\pi \frac{\alpha}{2}(t - t_0)^2}$$
(4.17)

da cui effettuando la moltiplicazione:

$$X_{R} \cdot X_{BB}^{*} = \Pi\left(\frac{t}{T}\right) \Pi\left(\frac{t-t_{0}}{T}\right) e^{j2\pi \frac{\alpha}{2}t_{0}^{2}} e^{-j2\pi \frac{\alpha}{2}2t_{0}t}$$
(4.18)

se $\frac{\alpha}{2} 2t_0 = \Delta f = \cos t$, si ha:

$$X_R \cdot X_{BB}^* = \Pi\left(\frac{t}{T}\right) \Pi\left(\frac{t-t_0}{T}\right) e^{j2\pi\frac{\alpha}{2}t_0^2} e^{-j2\pi\Delta ft}$$
(4.19)

che è appunto un tono puro. Se si ha un solo target, dal chirp trasmesso e da quello ricevuto, mediante il dechirping, si ottiene un solo tono dal quale è possibile misurare la distanza R a cui si trova il target:

$$\Delta f = \alpha t_0 = \frac{2R}{c} \frac{B}{T} = \frac{2B}{cT} R \tag{4.20}$$

Nel caso in cui si ha a che fare con N target, non si ha più una sola replica, ma N repliche, da cui facendo la differenza tra le loro frequenze e quelle trasmesse, si ha una serie di toni puri (Fig. 4.14).

In più, il dechirping permette di ridurre la frequenza di campionamento. Infatti, ragionando per N toni puri ricevuti, si ha:

$$f_n = \frac{2B}{cT} R_n \tag{4.21}$$

pertanto, la banda che contiene i toni puri, in seguito al dechirping, (fig. 4.15) può scriversi:

$$B_{IF} = \frac{2}{c} \left(R_{\max} - R_{\min} \right) \frac{B}{T} \equiv \frac{T_{acq}}{T} B < B$$
(4.22)

dove T_{acq} è il tempo di acquisizione dei dati, ossia la lunghezza in tempo dello swath. Per il teorema del campionamento deve essere:

$$f_c \ge B \tag{4.23}$$

nel nostro caso $f_{c_{de}} \ge B_{IF}$ e risultando $B_{IF} \le B$ allora il valore della frequenza di campionamento può essere ridotto.



Fig. 4.14 RA: discriminazione degli echi radar in frequenza

Quindi in ricezione, gli echi acquisiti dall'antenna vengono indirizzati sul canale ricevente. Ogni eco è la sovrapposizione di un grande numero di repliche del chirp trasmesso, backscatterato dai molti scatterometri presenti sulla superficie illuminata, ritardati del tempo che il chirp ha impiegato per viaggiare, andata e ritorno, lungo la distanza radarscatteratore.

In corrispondenza di questo tempo, il processore a bordo comanda la generazione di un nuovo chirp (cioè attiva il Chirp Generator). L'eco ricevuto dopo essere stato down-convertito, viene moltiplicato per la replica del chirp trasmesso (dechirping) attraverso un mixer. L'effetto di tale operazione, come sappiamo, è che le varie repliche ricevute sono trasformate in toni differenti a frequenze costanti, fig. 4.14 - 4.15, ciò vuol dire che la differente altezza tra i vari scatterometri della superficie sono convertite in differenza di frequenze (bersagli a differenti distanze producono toni a differenti frequenze), che

possono essere più accuratamente risolte attraverso un filtraggio spettrale (in digitale si effettua la FFT).



Fig. 4.15 *RA*: in seguito al dechirping le varie repliche (del segnale trasmesso) ricevute sono trasformate in toni differenti a frequenze costanti

Dopo essere stato filtrato e separato in una componente in fase ed una in quadratura, il segnale viene campionato e digitalizzato. A questo punto si effettua la FFT su N_{FFT} punti.

La funzione di tale operazione è quella di discriminare tra loro i diversi toni a frequenza costante. In altri termini, i diversi target a distanze diverse non sono discriminati in tempo ma, attraverso il dechirping, la loro differenza in distanza si traduce in differenza di frequenze, le quali sono analizzate e discriminate tramite l'operazione di FFT.

A valle della FFT lo spettro in ampiezza del segnale in funzione della frequenza corrisponde all'andamento temporale dell'eco di Brown (campionato N_{FFT} volte) traslato di

to. Siccome la distanza tra due campioni spettrali è $\frac{f_c}{N_{FFT}}$ la risoluzione in frequenza è:

$$\Delta f = \frac{f_c}{N_{FFT}} \tag{4.24}$$

A riguardo del funzionamento dell'altimetro fin qui descritto, sorgono due problemi.

Prima di tutto un funzionamento del RA come esposto deve prevedere l'esistenza di un sistema di *tracking adattivo*; risulta chiaro infatti che, per poter estrapolare dalla curva le informazioni necessarie a stimare i parametri che abbiamo descritto, occorre fare in modo che la finestra di ascolto su cui il radar "*vede*" sia centrata in corrispondenza del fronte di salita della curva per poter calcolare quanto vale il tempo di salita, il suo valore massimo ed il suo passaggio per t_0 (centro del fronte di salita). Il *tracker* è appunto il dispositivo che decide quando aprire la finestra di ascolto.

Il compito del tracker è assai delicato in quanto la finestra di ascolto è molto stretta e se esso apre troppo presto o troppo tardi non è possibile effettuare alcuna stima. A seconda delle variazioni della superficie illuminata e delle variazioni di quota orbitale la finestra di ascolto varia all'interno della PRI (Pulse Repetition Intervall).

Pertanto il tracker deve essere in grado di inseguire l'eco spostando la finestra di ascolto al variare della distanza stimata: per fare ciò occorre avere una stima preliminare della quota.

Il secondo problema è che, anche se la finestra è centrata opportunamente, sul banco delle FFT non si ricava effettivamente un eco del tipo di Fig. 4.9 in quanto al segnale si sovrappone il rumore termico del ricevitore:



Il problema che si presenta è risalire a t_0 , σ^0 , σ_s in presenza di rumore a partire dagli N_{FFT} campioni registrati. In generale occorre cercare una curva, che faccia al meglio il fitting dei punti in base alle informazioni registrate.

4.5 Radar Altimetri ad Apertura Sintetica

L'implementazione del funzionamento di un Radar Altimetro operante da piattaforma satellitare richiede un livello di sofisticazione in grado di misurare il livello topografico, ad esempio degli oceani lungo il nadir-track con accuratezze dell'ordine dei centimetri.

Tuttavia, la mappatura delle superfici, a causa di possibili variazioni spaziali in altezza di grande entità e dei cambiamenti di pendenza, richiede ulteriori miglioramenti al fine di ridurre la risoluzione spaziale.

Le tecniche di apertura sintetica producono immagini ad alta risoluzione sfruttando lo scostamento Doppler causato dal moto relativo tra radar e target; l'effetto finale può essere visto come una notevole riduzione dell'apertura dell'antenna nella direzione del moto (che è detta *along track*).

I principi basilari delle tecniche di sintetizzazione dell'apertura di una antenna possono essere applicati ai radar altimetri tenendo conto delle differenze tra i due sensori radar.

Di seguito esporremo i principi delle tecniche di sinterizzazione e le applicazioni ai radar altimetri.

4.5-1 Tecniche di apertura sintetica: principi di base

I Radar ad Apertura Sintetica (SAR) sono radar che producono immagini ad alta risoluzione (B/N) sfruttando il funzionamento del fascio in direzione off-nadir (la risoluzione a terra è proporzionale all'angolo di off-nadir).

Si definiscono due direzioni: una detta *along track* (**azimuth**) parallela alla direzione del moto della piattaforma spaziale, l'altra è detta *across track* (**range**) ed è ortogonale alla prima.

Si parla di *slant range* riferendosi alla direzione di trasmissione in linea d'aria del segnale e di *ground range* riferendosi a quella riportata a terra (Fig. 4.16)

Un Radar, che guarda off nadir, ha una risoluzione in ground range (lungo ACT) inversamente proporzionale all'angolo di off nadir: [33]

$$\rho_{ACTg} = \frac{c}{2B\sin\theta} \tag{4.25}$$

che rappresenta la minima distanza a terra tra due punti che fa riconoscere al radar due target come distinti. Sappiamo già che per migliorare tale valore possiamo trasmettere impulsi modulati in frequenza (chirp).



Fig. 4.16 Geometria di osservazione di un radar off-nadir

Volendo definire anche una risoluzione lungo la direzione ALT si nota che, due bersagli a terra, separati di una certa distanza Δx , nella direzione ALT ed allo stesso slant-range del radar, possono essere distinti solo se essi non sono contemporaneamente all'interno del fascio del radar. Pertanto, la risoluzione a terra in ALT è data da:

$$\rho_{ALTg} = \theta_{3db} R \tag{4.26}$$

cioè tale risoluzione è limitata dal fascio, in quanto si distinguono due target se sono separati angolarmente più dell'apertura a 3dB del fascio.

Tale risoluzione è inaccettabile per il fatto che, dipendendo dalla quota, non permetterebbe di ottenere valori accettabili da quote di esercizio, quali quelle delle piattaforme satellitari. Inoltre tenendo conto che:

$$\theta_{3db} \cong \frac{\lambda}{D_{ALT}} \Longrightarrow \rho_{ALTg} = \frac{R\lambda}{D_{ALT}}$$
(4.27)

dove D_{ALT} è la lunghezza fisica dell'antenna (apertura) lungo la direzione di volo a parità di quota di esercizio R, per poter avere risoluzione adeguata in azimuth con un radar ad apertura reale bisognerebbe installare un'antenna di dimensioni inaccettabili.



Fig. 4.17 Geometria di osservazione di un SAR

Consideriamo, ad esempio, un RAR posto su piattaforma aerea ed avente le seguenti caratteristiche:

λ = 3.1 cm (Banda X) ; L = 10 metri ; h = 7 km ; θ = 29°

In tal caso la risoluzione lungo l'*azimuth* sarà pari a circa 24 metri. Lo stesso radar, a bordo di un satellite, ad un'altezza di 700 km, avrebbe una risoluzione lungo la direzione del moto 100 volte peggiore, ossia di circa 3km.

E' questa la ragione principale per la quale un RAR su piattaforma satellitare è improponibile.

Una tecnica, che permette di ottenere immagini radar con risoluzione azimuthale buona e, soprattutto, indipendente dalla quota della piattaforma (come la risoluzione in *range*), è la

tecnica del Radar ad Apertura Sintetica (SAR). I SAR sono sistemi in cui l'acquisizione dei segnali lungo la direzione del moto della piattaforma viene integrata per una lunghezza sufficientemente grande. In tal modo viene prodotta sinteticamente, in tale direzione, un'antenna lineare molto più grande dell'antenna ad apertura reale, permettendo di ottenere così un'elevata risoluzione nella direzione del moto.

Mentre la piattaforma satellitare si muove lungo la linea di volo, il SAR trasmette un certo numero di impulsi chirp a distanza T_p.

Effettuando la compressione mediante filtri adattati del generico chirp di ritorno rispetto alle due direzioni ACT (caratterizzata da una variabile temporale⁵ t' che scorre all'interno del generico chirp, tra 0 e T = durata del chirp) ed ALT (caratterizzata da una variabile temporale discreta $s = \frac{n}{PRF} = nT_p$ che rappresenta il tempo di trasmissione di ciascun impulso), quello che si osserva è ancora un segnale di tipo chirp, sia in range che in azimuth.

Osserviamo che il miglioramento della risoluzione in azimuth in un SAR è ottenuto sfruttando opportunamente lo scostamento Doppler di echi radar ricevuti da bersagli differenti (nel 1957, quando la tecnica SAR fu brevettata, questo tipo di radar si chiamava *"Doppler beam-sharpening radar"*, per evidenziare l'effetto di restringimento del fascio dell'antenna attraverso l'analisi Doppler degli echi azimuthali).

L'effetto Doppler si basa sul cambiamento della frequenza, osservato, quando c'è moto relativo radiale, cioè lungo la congiungente fra un trasmettitore ed un ricevitore. Se la distanza tra radar e bersaglio è $\frac{2R}{\lambda}$, poiché una lunghezza d'onda corrisponde ad una escursione di 2π della fase del campo, la fase totale φ "percorsa" da un'onda elettromagnetica a frequenza f₀ è $4\pi R/\lambda_0$ radianti, con $\lambda_0=c/f_0$.

Ovviamente, se il bersaglio è in movimento, sia r che φ dipendono dal tempo, ed un cambiamento nel tempo della fase equivale ad una frequenza istantanea f_d che si aggiunge alla frequenza f₀:

$$2\pi f_d = \frac{d\varphi}{dt} = -\frac{4\pi}{\lambda} \frac{dr}{dt}$$
(4.28)

Questo scostamento di frequenza (*Doppler shift*) è quindi direttamente proporzionale alla velocità relativa radiale V_r (cioè alla componente lungo la congiungente radar-target) fra

trasmettitore e ricevitore, ed è espresso, se la velocità relativa è molto minore della velocità della luce, dalla relazione:

$$f_d = \frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi}{dt} = -\frac{2V_r}{\lambda} \tag{4.29}$$

In base a tale fenomeno, se viene trasmesso un impulso, il segnale ricevuto sarà traslato in frequenza di una quantità proporzionale alla variazione della distanza radar-target, secondo la relazione:

$$f_d = -\frac{2}{\lambda} \frac{d}{dt} R(t) \tag{4.30}$$

Riferendoci alla figura 4.18 si ha:

$$R(t) = \overline{SP} = \sqrt{x^{2}(t) + y_{0}^{2} + (h - z_{0})^{2}}$$
(4.31)

quindi:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}} \mathbf{R}(\mathbf{t}) = \frac{\mathbf{v}^2 \mathbf{t}}{\mathbf{R}(\mathbf{t})} \tag{4.32}$$

avendo supposto che il radar si muova lungo una traiettoria rettilinea ad altitudine e velocità costanti. Conseguentemente la frequenza Doppler si può esprimere:

$$f_{d}(t) = -\frac{2}{\lambda} \frac{v^{2}t}{R(t)}$$
(4.33)



Fig. 4.18 Geometria di riferimento per RA ad apertura sintetica

⁵ L'operazione di scinuere la variaune temporate i in que variauni murpendenti i a 1010 si dice segmentation.

Man mano che il sensore si muove, è possibile registrare lungo la linea di volo i segnali di ritorno nei punti x1, x2,....xn. In corrispondenza di ogni stazione (con una cadenza dettata dalla PRF) il radar emette un impulso, e subito dopo (la scala dei tempi è "veloce", nel senso che la propagazione è governata dalla velocità dell'onda elettromagnetica, cioè *c*) riceve l'energia retroirradiata dalla scena illuminata. Si fa spesso, nel modellare il funzionamento in azimuth del SAR, la cosiddetta *approssimazione stop-start*: si ritiene cioè che la piattaforma resti ferma durante il tempo necessario a trasmettere e ricevere l'impulso, e che si porti istantaneamente sulla posizione della stazione successiva, dopo un tempo 1/PRF.



Fig. 4.19 Generazione dell'apertura sintetica

A bordo della piattaforma un dispositivo provvederà a registrare "coerentemente" questi segnali, ossia tenendo conto dell'ampiezza e della fase in funzione del tempo. La fase del segnale ricevuto è legata a R(s) secondo la relazione:

$$\varphi(s) = -\frac{4\pi}{\lambda}R^2 = -\frac{4\pi}{\lambda}\left(R_0 + V^2\frac{s^2}{2R_0}\right)$$
(4.34)

dove R_0 è la distanza al closest approach:

$$R_{0} = R(0) = \sqrt{y_{0}^{2} + (h - z_{0})^{2}}$$
(4.35)

R è la distanza generica tra una stazione della piattaforma ed un target P, tale che:

$$R = \sqrt{R_0^2 + V^2 s^2} \tag{4.36}$$

mentre il tempo s è valutato a partire da una stazione iniziale di riferimento.

Si nota un termine di fase costante (non dipendente dal tempo) ed un termine quadratico (dipendente da s²). Se quest'ultimo termine non esistesse, la frequenza ricevuta dal radar sarebbe uguale a quella trasmessa, e non ci sarebbe uno scostamento Doppler. Il secondo addendo della (4.34) è quindi il responsabile dello scostamento Doppler f_d "registrato" dal radar in ricezione.

Il SAR registrerà coerentemente (cioè immagazzinando ampiezza e fase dell'eco ricevuto) tutti gli echi radar provenienti dal bersaglio per tutto il tempo in cui sarà "inquadrato" dall'antenna reale, e cioè in tutte le stazioni $x_1,...,x_n$. Questo processo corrisponde a "sintetizzare" n antenne in posizioni diverse, ed a combinare i segnali ricevuti in modo da formare un"allineamento" (o *array*) di antenne reali, che prende il nome di "antenna sintetica". Il corrispondente tempo di "inquadramento" (noto come *tempo di integrazione*) "T_i" sarà legato alla dimensione dello *swath* a terra, che a sua volta dipende dall'ampiezza del fascio azimuthale (θ_{3db}) dell'antenna reale:

$$T_{i} \approx \frac{\vartheta_{3}R_{0}}{v}$$
(4.37)

Al variare di s, quindi, l'eco ricevuto avrà una "storia Doppler", nel senso che lo scostamento Doppler f_d ad esso associato dipenderà dal tempo (linearmente, in questo caso). Se il radar è in grado di registrare non solo l'ampiezza dell'eco ricevuto (come fa un RAR) ma anche la "storia di fase", o *phase history*, ad ogni pixel nella direzione di *azimuth* sarà possibile associare un diverso valore di f_d . Sarà quindi possibile associare biunivocamente ad ogni pixel la coppia (r, f_d), e costruire una "immagine". Lo scostamento Doppler (in prima approssimazione lineare nel tempo) varierà tra un massimo ed un minimo, e sarà nullo in corrispondenza della distanza R_0 da P.

E' importante valutare, a questo punto, l'intervallo di scostamenti Doppler (la **banda Doppler**) dell'eco ricevuto durante la formazione dell' "antenna sintetica", cioè durante l'acquisizione degli echi dalle n stazioni. La banda Doppler vale:

$$B_D = f_d T_i \tag{4.38}$$

ovvero:

$$B = \left| f_d \left(\frac{T}{2} \right) - f_d \left(-\frac{T}{2} \right) \right| = \frac{2v^2 T_i}{\lambda R \left(\frac{T_i}{2} \right)} = \frac{2v^2 T_i}{\lambda R_0} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{v^2 T_i^2}{4R_0^2}}}$$
(4.39)

in quanto, la banda Doppler esprime anche il massimo scostamento Doppler rilevato dal radar ed il suo reciproco ha il significato fisico del "minimo tempo rilevabile", ovvero di una risoluzione temporale.

Infatti, effettuando una compressione del segnale in azimuth si ottiene una risoluzione temporale inversamente proporzionale alla banda Doppler e quindi una risoluzione in *azimuth*:

$$r = \frac{V}{B} \Longrightarrow \rho_{ALT} = \frac{V}{B_D} = \frac{\lambda R_0}{2VT_i} \sqrt{1 + \frac{V^2 T_i^2}{4R_0^2}}$$
(4.40)

Poichè:

$$\frac{\mathrm{vT}_{\mathrm{i}}}{2\mathrm{R}_{0}} \ll 1 \tag{4.41}$$

l'espressione della risoluzione azimuthale diviene:

$$r \approx \frac{\lambda R_0}{2v T_i} = \frac{\lambda}{2\vartheta_3}$$
(4.42)

che è la risoluzione teorica ben nota per il radar ad apertura sintetica. In questo caso, al contrario dei radar ad apertura reale, la risoluzione è indipendente dalla distanza tra radartarget. Cioè, sfruttando la banda di frequenza causata dall'effetto Doppler, il sistema può "sintetizzare" un'antenna molto grande, nel senso che può da raggiungere una risoluzione spaziale che sarebbe stata raggiunta da un radar convenzionale con un fascio molto stretto ϑ_{sth} dato da:

$$\vartheta_{\rm sth} = \frac{r}{R_0} \approx \frac{\lambda}{2vT_1} \approx \frac{\lambda}{2\vartheta_3 R_0}$$
(4.43)

In questo modo, possono essere raggiunte delle risoluzioni di pochi metri.

4.5-2 Radar Altimetri ad Apertura sintetica:applicazioni

I nuovi sistemi sviluppati devono essere destinati a fornire sia le misure altimetriche convenzionali che di alta risoluzione con l'elaborazione sintetica dell'apertura. Ciò significa che il sistema dovrebbe potere funzionare sia come altimetro convenzionale che come altimetro ad apertura sintetica, che mantenga così la compatibilità con l'elaborazione deramping tipica di tutto il sistema altimetrico. Uno schema a blocchi concettuale dell'elaborazione dei dati è indicato nella figura seguente.[46]



Fig. 4.20 Diagramma a blocchi del funzionamento di un processing convenzionale combinato con tecniche di apertura sintetica

Poiché un altimetro ad apertura sintetica dovrebbe effettuare l'elaborazione dei dati in tempo reale a bordo ed, inoltre, le risoluzioni tali quali quelle raggiungibili con una elaborazione bidimensionale esatta, non sono sempre necessarie, il tempo di integrazione può essere, quindi, ridotto fino ai valori per cui i risultati dell'elaborazione dei dati richiesti sono significativamente semplificati. In particolare, può essere definito un tempo di integrazione per tutte quelle analisi che non richiedono compensazioni di fase. Infatti, si dimostra che, se la variazione di fase lungo un'apertura sintetica non supera un valore di circa 0.25π , un processing senza compensazione di fase introduce degli errori trascurabili.

In questo caso l'elaborazione è denominata *unfocused*. Essendo la variazione di fase lungo un'apertura sintetica pari a:

$$\varphi(t) = \frac{4\pi}{\lambda} R(t)$$

la condizione unfocused equivale a:

$$\varphi(t) - \varphi(0) \le \frac{\pi}{4} \implies \sqrt{x^2(t) + y_0^2 + (h - z_0)^2} - R_0 \le \frac{\lambda}{16}$$

la quale, in seguito ad approssimazioni preliminari, definisce un tempo di integrazione *unfocused* T_u pari a :

$$T_{u} = \frac{2}{v} \sqrt{\frac{\lambda h}{8}}$$
(4.44)

Conseguentemente l'apertura equivalente a 3dB dell'antenna e la risoluzione spaziale corrispondente a questo tempo di integrazione sono:

$$\vartheta_{u} = \sqrt{\frac{\lambda}{2h}}$$
 $r_{u} = \sqrt{\frac{h\lambda}{2}}$ (4.45)

Un processing *unfocused* equivale a processare soltanto una piccola frazione della banda Doppler, permettendo, quindi, di effettuare un grande numero di multilook. Vale la pena di notare che in questo caso la risoluzione dipende dall'altezza dello spacecraft.Nelle seguenti figure vengono comparati il funzionamento di un radar altimetro pulse limited classico ed il funzionamento di un radar altimetro, che sfrutta tecniche di apertura sintetica. Si nota come la geometria di misura nel caso di RA classici sia 1-D, mentre, in caso di RA ad apertura sintetica, la geometria di misura sia resa intrinsecamente bidimensionale dalla modulazione del fascio ad opera della Banda Doppler.



Fig. 4.21 Confronto tra la geometria di illuminazione (a) e le celle di risoluzione illuminate (b) di un RA pulse limited convenzionale rispetto alle corrispondenti di un RA delay/Doppler. Un RA convenzionale misura lo spazio in 1-D, mentre un RA delay/Doppler fa misure intrinsecamente hidimensionali

Nella figura 4.22 sono messe a confronto le forma d'onda di due tipiche risposte impulsive di superfici quasi piatte scandagliate da un RA classico (Fig. a) e da un RA delay/Doppler (Fig. b). Il comportamento di un radar altimetro convenzionale da satellite è quello descritto dal modello convoluzionale di Brown. Sappiamo, che dopo che un aumento iniziale, la risposta rimane pressoché costante, soggetta essenzialmente alle diminuzioni dovute al pesaggio del pattern dell'antenna (naturalmente, errori seppur minimi sul puntamento dell'antenna e/o errori dovuti, inevitabilmente, alle ipotesi semplificative introdotte, quali ad esempio la trascurabilità di pendenze sulla superficie illuminata, fanno deviare dal modello proposto in figura (a)). In figura è evidenziata la parte della funzione risposta impulsiva della superficie piana, che corrisponde all'area illuminata dall'impulso durante il secondo *pulse delay interval*. La caratteristica peculiare di questa funzione di

risposta è che la curva è essenzialmente una funzione a gradino, modellata dal pesaggio del pattern dell'antenna. Questo perché le celle di risoluzione, definite dagli impulsi compressi, sono corone circolari con area costantemente pari all'area della prima cella di risoluzione circolare.



piatta illuminata da un RA pulse limited convenzionale (a) e da un RA delay/Doppler. Si noti come i valori della potenza siano normalizzati.

In un radar altimetro che sfrutta le tecniche di apertura sintetica la risposta impulsiva media di una superficie quasi piatta assume la forma d'onda riportata in figura (*b*). In essa, come nel caso precedente, è evidenziata la potenza ricevuta dall'area che corrisponde alla seconda cella di risoluzione.

Si nota come la potenza, relativa alla seconda area illuminata, decresca nel caso del radar altimetro *delay/Doppler* rispetto ad uno classico, in quanto la zona che contribuisce al segnale di ritorno decresce con la radice quadrata del tempo.

CAPITOLO V

CASSINI RADAR IN MODALITÀ ALTIMETRO: ANALISI DELLE PRESTAZIONI E PROGETTO PRELIMINARE DEL PROCESSING

Da considerazioni relative al data rate ed al rapporto segnale rumore (SNR), il Cassini Radar opererà in modalità Altimetro in un intervallo di quote compreso tra i 9000 Km ed i 4000 Km ad ogni targeted Titan Flyby.



Fig. 5.1 Modi di osservazione usati dal Cassini Radar e corrispondenti range operazionali durante un targeted Titan flyby. Le quote al closest approach variano tra 950 e 2800 Km tra i differenti targeted Titan flybys.

Gli obiettivi scientifici di questa indagine sono essenzialmente tre:

- > Ottenere un profilo topografico ad alta risoluzione della superficie locale di Titano
- Misurare il coefficiente di riflessione per le potenziali differenti tipologie di superfici di Titano, a varie quote ed a vari angoli di incidenza
- Ottenere una mappatura delle proprietà di backscattering dell'intero disco di Titano in concomitanza con la mappatura radiometrica globale al fine di correlare punto per punto, sulla superficie di Titano, il coefficiente di backscattering (noto dall'altimetria) e la misura della temperatura superficiale di brillanza (nota dalla indagine radiometrica).

Il primo obiettivo verrà realizzato durante le operazioni di altimetria ad alta risoluzione. Durante tali operazioni, il Cassini Radar utilizzerà il fascio centrale puntato al nadir (Beam 3, fig. 3.9) per la trasmissione e ricezione di impulsi chirp con banda di 4.25 MHz. Le misure altimetriche sono attese con risoluzioni orizzontali (*pulse-limited radar footprint*) variabili in un intervallo di 24 Km – 27 Km, e risoluzioni verticali sull'ordine di 50 metri. In aggiunta alle limitazioni sulla risoluzione verticale, intrinseche al

funzionamento del radar altimetro, l'accuratezza nella stima dell'elevazione relativa della superficie di Titano dipende anche dalla natura del rilievo topografico della superficie e dai parametri orbitali. Si stima che tale accuratezza sia compresa tra i 100 m ed i 150 m.

Il secondo obiettivo verrà realizzato ottenendo il coefficiente di backscattering per diverse aree della superficie.

Il terzo obiettivo è realizzato operando in modalità altimetro a bassa risoluzione (ATHL).

Il Cassini radar in modalità altimetro ha un funzionamento "bursts mode" (come per il SAR) e può operare con tecniche di apertura sintetica per migliorare le proprie prestazioni.

La tecnica di apertura sintetica permette di avere un'impronta a terra del fascio estremamente ridotta (elevata risoluzione spaziale) indipendentemente dall'effetto di "*pulse limiting*" (osservazione "pulse limited", ovvero in cui la superficie illuminata ad un certo istante sia determinata solamente dalla risoluzione in distanza e non dall'apertura del fascio d'antenna), rendendo l'altimetro utilizzabile anche per la mappatura topografica su terra e su ghiaccio.

Del funzionamento bursts mode si è trattato nel Cap.III par.3.5.

Di seguito si riportano le caratteristiche del burst timing del ALTH estrapolate dalla tabella 3.5 :

| Chirp bandwidth | 4.25 MHz |
|-----------------|--------------|
| Pulse width | 150 μs |
| PRF | 5 kHz |
| Burst Period | 3333ms |
| Transmit Time | 1.4 – 1.8 ms |

TAB.5.1 Burst Timing

Applicando le equazioni $(3.1) \div (3.2)$ riferite alle specifiche del Cassini ALTH si ottengono i seguenti valori:

$$N_B = \frac{\tau_B}{PRI} = 7 \div 9 \tag{5.1}$$

(5.2)

$$L_R = BRI - \tau_B = 3331 \text{ms}$$

essendo τ_B la durata di un singolo impulso chirp di un burst, mentre la PRI (Pulse Repetition Intervall) è l'inverso della PRF (Pulse Repetition Frequency). Nel caso in esame vale:

$$PRI = \frac{1}{PRF} = 0.2 \, ms \tag{5.3}$$

Applicando le equazioni relative alle tecniche di sinterizzazione (eq.4.40 e seguenti) si ottiene:

$$\rho_{ALT} = \frac{\lambda R_0}{2VT_i} = 42 \div 96Km \tag{5.4}$$

$$\mathcal{P}_{sth} \approx \frac{\lambda}{2\mathcal{P}_3 R_0} = 0.0603^{\circ} \tag{5.5}$$

$$T_u = \frac{2}{v} \sqrt{\frac{\lambda h}{8}} = 37 \text{ ms}$$
(5.6)

dove ρ_{ALT} rappresenta il valore teorico della risoluzione in azimuth, mentre θ_{sth} è l'apertura sintetica che si può realizzare, T_u è il tempo di integrazione previsto da un processing unfocused. Notiamo che il fascio viene ristretto di più di un sesto, essendo ampio nominalmente 0.350°. Il tempo di integrazione *full resolution*, corrispondente all'immagine non degradata, *Singol Look Image*, vale:

$$T_{fr} = \frac{\theta_3 \cdot h}{V} \approx 4s \tag{5.7}$$

pertanto il numero di look che eventualmente si può sfruttare (Multi Look Image) è:

$$NL = \frac{T_{fr}}{BRI} \approx 2 \tag{5.8}$$

essendo la durata del Burst period 3333 ms.

Ad ogni look corrisponde una certa sottobanda della banda Doppler. Generare un look, quindi, corrisponde a filtrare una sottobanda nel dominio Doppler, cioè suddividere la Banda Doppler in NL sottobande. Poiché la Banda Doppler è indipendente da R₀, le sottobande possono essere prese con estensione costante $\frac{B_D}{NL}$.

Suddividere B_D in NL sottobande, equivale a suddividere il pattern in NL parti: ogni parte del pattern vede la stessa scena e produce un proprio look (vista); ciò consentirebbe di

guardare la stessa scena NL volte, con un'antenna dal pattern NL-volte più stretto. In seguito, le NL immagini della stessa scena sono mediate tra loro, pixel per pixel, e si ottiene l'immagine finale a risoluzione radiometrica migliorata e con risoluzione geometrica degradata.

In un tipico Titan Flyby con quota al closest approach pari a H=1000 Km, il Cassini Radar transita nell'intervallo di quote [9000 4000]Km in circa 1000s, nell'intervallo [±2000 ±1000]s rispetto al closest appoach. Durante un Flyby, quindi, in fase di inbound ed outbound il radar ALTH avrà un tempo di funzionamento massimo pari a 2000s. Durante la fase di inbound (analogamente per la fase outbound) la sonda, che si muoverà alla velocità media di 5.49 Km/s (CAP. II fig. 2.28), percorrerà una traccia a terra massima pari a 5490 Km. Ciò significa che, durante un Flyby, il massimo valore della copertura a terra garantita dall'ALTH è 10980 Km. Tale valore è un limite massimo, in quanto nei 2000 secondi in cui il Cassini Radar transiterà nell'intervallo [4000 9000]Km il modo di funzionamento è suddiviso tra ALTH e ALTL, a seconda delle esigenze.

Il numero massimo di burst $|_{ALTH}$ contenuto nella fase inbound (outbound) è 303, pertanto si ha:

Cassini Radar ALTH \rightarrow Massimo numero di burst in un Titan Flyby, $n_{burst}|_{max} = 606$

Ovviamente anche tale valore è un limite massimo, per il fatto che la scansione in modalità altimetro ad alta risoluzione è alternata alla scansione scatterometrica.

5.1 Modello per il calcolo dell'eco di ritorno.

A partire dai dati ricavati in precedenza, è necessario implementare un modello che permetta di calcolare la potenza reirradiata dalla superficie illuminata di Titano; in altri termini, dobbiamo trovare una espressione, particolareggiata allo studio in questione, dell'equazione radar.

Nel capitolo IV si è detto che, nel caso di Radar Altimetri il cui fascio risulti Pulse Limited, il modello dell'eco di ritorno è descritto dall'Eco di Brown.

Le ipotesi generali, entro le quali è valido tale modello, sono le seguenti:

• Puntamento al nadir (o *near nadir*)

• Superficie ruvida con funzione densità di probabilità della quota del punto scatterato di forma gaussiana a media nulla:

$$p(h) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_h}} \exp\left[-\frac{h^2}{2\sigma_h^2}\right]$$

dove σ_h è la rugosità media della superficie (rms)

• Guadagno dell'antenna con pattern a simmetria circolare e distribuzione gaussiana:

$$G(\theta) = G_0 \exp\left[-\frac{2}{\gamma}\sin^2\theta\right]$$

- indipendenza degli elementi scatteratori sulla superficie illuminata
- scattering completamente non coerente
- funzionamento Pulse-Limited

Il modello classico di Brown, nel caso del Cassini Radar in modalità Altimetro ad alta risoluzione, non ritrova verificata l'ipotesi fondamentale secondo la quale il fascio deve essere rigorosamente pulse limited. Infatti, come già accennato, il fascio del Cassini Radar, pur essendo nominalmente pulse limited, presenta un impulso compresso che non risulta essere molto più stretto del fascio beam-limited.

Una quantità che indica di quanto l'impulso viene compresso è il *rapporto di compressione* η, definito come il prodotto della banda del segnale trasmesso per la durata del segnale:

$$\eta = B\tau \tag{5.9}$$

Nel caso dei segnali chirp trasmessi dalla HGA del Cassini Radar tale rapporto di compressione vale 639.

Cassini Radar ALTH \rightarrow Rapporto di compressione, η = 639

Per calcolare la risposta impulsiva reale del Cassini Radar ALTH, è stato sviluppato un modello convoluzionale numerico che si svincola dalla natura del fascio, ossia, risulta valido in qualunque condizione operativa del fascio, sia pulse limited che beam limited.

La potenza media dell'eco di ritorno è calcolata, dunque, con un modello che effettua numericamente la convoluzione di tre quantità note:

- La risposta impulsiva media di una superficie piatta (FSIR, Flat Surface Impulse Responce).
- La risposta di un bersaglio puntuale ad un sistema radar (PTR Point Target Response).
- 3. La funzione densità di probabilità della quota del punto illuminato.

Si dimostra, poi, che per una superficie scatterante ruvida la potenza di ritorno media ricevuta da un radar altimetro come funzione del tempo di ritardo medio τ può scriversi come convoluzione della risposta di un bersaglio puntuale ad un sistema radar con la risposta impulsiva media della superficie rugosa P_I(τ):

$$P_{IR}(\tau) = P_I(\tau) * P_p(\tau) \tag{5.10}$$

A sua volta si dimostra che $P_I(\tau)$ può scriversi come la convoluzione della funzione densità di probabilità della quota con la risposta impulsiva media di una superficie piatta (FSIR) $P_{FS}(\tau)$:

$$P_I(\tau) = P_{FS}(\tau) * P_s(\tau)$$
(5.11)

Pertanto la risposta impulsiva può essere valutata come:

$$P_{IR}(\tau) = P_{FS}(\tau) * P_s(\tau) * P_p(\tau)$$
(5.12)

5.2 Implementazione del Modello Convoluzionale.

Il modello convoluzionale descritto dall'equazione (5.12) è stato implementato per mezzo di una routine MATLAB che, acquisiti come dati di input i parametri nominali di funzionamento del Cassini Radar ALTH, procede al calcolo delle tre funzioni che entrano in convoluzione.

La figura seguente (5.2) mostra l'interfaccia grafica realizzata per immettere i dati di input necessari all'implementazione del modello.

| 🛃 CASSINI RADAR ALTH | | × |
|--|----|--------|
| QUOTA [Km] 4000 | | |
| Banda trasmessa (MHz) 4.26 | | |
| lunghezza del chirp (microsecondi): 150 | | |
| sigma0 (dB) -7 | | |
| sigmah (m) 0.01 | | |
| Scan Beamwidth [*] 0.350 | | |
| Cross Scan Beamwidth [*] 0.350 | | |
| frequenza portante [GHz] 13.78 | | |
| Guadagno dell'antenna (dB) | | |
| Potenza di Picco (VV) 4 | | |
| | ОК | Cancel |

Fig. 5.2 Interfaccia grafica della routine MATLAB che calcola la IR del Cassini Radar ALTH

Alcuni dei parametri di input sono costanti, in quanto vincolati alle specifiche di funzionamento del radar. Le variabili sono rappresentate dalla quota H, compresa in un range [4000 Km, 9000 Km] bloccato dal SNR, dal coefficiente di backscattering e dalla σ_{h} , vincolati però a variare in un range imposto dai modelli geofisici di Titano.

5.2-1 Modello di Scattering della superficie di Titano.

Titano è caratterizzato dalla presenza di una atmosfera, densa e scura, e di una superficie composta, secondo letteratura [29][30], da oceano, terra asciutta e sedimenti. Il possibile scenario di composizione geomorfologica comprende:

- \blacktriangleright Oceano (di C₂H₆ o di CH₄).
- Terra asciutta, con i piccoli laghi di idrocarburi e con composizioni differenti del terreno.

- Una scogliera, d'altezza circa 1000 m., con le zone più rialzate costituite da ghiaccio-roccia mentre la parte meno rialzata del terreno coperta da uno strato di idrocarburi solidi.
- Crateri, presumibilmente riempiti di materiale eroso, idrocarburi solidi o liquidi.
- ▶ Vulcani, con i flussi di lava composti da H₂ O+NH₄.
- > Terreno piano di composizione uniforme con i crateri dai formati differenti.

I parametri geometrici della possibile superficie di Titano sono riportati nella tabella (5.2). La superficie ipotizzata dai modelli geofisici di Titano è descritta statisticamente da:

- Funzione densità di probabilità Gaussiana dell'altezza relativa della superficie illuminata
- Deviazione standard dell'altezza della superficie (σ_h)
- Funzione di correlazione isotropica spaziale Gaussiana
- Lunghezza di correlazione spaziale

In particolare, riguardo alle condizioni operative del Cassini radar, rispetto alla superficie osservata di Titano, si può affermare quanto segue:

- Per quanto riguarda lo scattering previsto della superficie di Titano, la presenza postulata di oceani di idrocarburi molto lisci e di distese ghiacciate conduce ad un eco di ritorno previsto che contiene i contributi sia coerenti che non coerenti.
- Per quanto riguarda il funzionamento del radar in modalità altimetro è possibile vedere che nel modo di funzionamento da ALTL il fascio è beam limited mentre nel modo ALTH l'altimetro è caratterizzato da un fascio pulse limited. In ogni caso l'ampiezza dell'impulso compresso non è molto più stretta del fascio beam limited.

In generale, il coefficiente di scattering di una superficie [42] può essere definito in termini di campo elettrico incidente e campo elettrico scatterato attraverso la seguente relazione:

$$\sigma^{0} = \frac{4\pi R_{0}^{2} \operatorname{Re}\left\{\left\langle \left|E^{S}\right|^{2}\right\rangle / \eta_{S}\right\}}{A_{0} \operatorname{Re}\left\{E_{0}\right|^{2} / \eta_{i}\right\}}$$
(5.13)

dove:

| A_0 | Area illuminata |
|----------------------|---------------------------------------|
| R_0 | Distanza dal target illuminato |
| η_{S}, η_{i} | Impedenze intriseche del mezzo |
| S | Indice relativo allo scattering medio |

Per una onda elettromagnetica scatterata da una generica superficie S, il campo (lontano) assume la seguente espressione:

$$\underline{E}^{S} = K\underline{\hat{n}}_{s} \times \int_{S} \left[\left(\underline{\hat{n}} \times \underline{E} - \eta_{s} \, \underline{\hat{n}}_{s} \times \left(\underline{\hat{n}} \times \underline{H} \right) \right) \right] \exp[jK_{s} \, \underline{r} \cdot \underline{\hat{n}}_{s}] dS \tag{5.14}$$

dove E ed H rappresentano rispettivamente il vettore campo elettrico ed il vettore campo magnetico totale sulla superficie, $K = \frac{-jK_s e^{-jK_s R_0}}{4\pi R_0}$, K_s ed $\hat{\underline{n}}_s$ sono rispettivamente il numero d'onda della radiazione incidente e di quella scatterata ed il versore di quest'ultima direzione. Il versore \hat{n} rappresenta il versore della normale all'elemento di area dS.

Sotto l'approssimazione di Kirchhoff i campi sulla superficie illuminata possono essere calcolati geometricamente come somma dei campi incidenti e dei campi riflessi, approssimando la superficie con il corrispettivo piano tangente ed usando il coefficiente di Fresnel calcolato per angolo di incidenza locale. Tuttavia, questa approssimazione è valida solo se il raggio di curvatura è maggiore della lunghezza d'onda incidente.

In tale ipotesi il campo elettrico scatterato assume la seguente relazione:

. . . .

$$E^{S} = -\frac{j2kR(0)}{4\pi R_{0}^{2}\cos\theta_{0}}e^{j2kR_{0}}\int_{S_{XY}}e^{j2k\sin\theta_{0}x}e^{-j2k\cos\theta_{0}z(x,y)}dS_{XY}$$
(5.15)

dove:

| S _{XY} | Area Superficie illuminata |
|--|--|
| R(0) | Coefficiente di riflessione di Fresnel |
| $R_0 + x \sin \theta_0 - z(x,y) \cos \theta_0 \approx R_1$ | |



Fig. 5.3 Geometria del modello di backscattering

Le proprietà di backscattering degli scenari attesi per la superficie di Titano dipendono, quindi, dalla natura della superficie stessa. Essenzialmente ci si aspetta una superficie composta da:

- 1. etano liquido
- **2. ghiaccio di H₂O**
- 3. ghiaccio con ammoniaca

Per tali superfici si è calcolato [9][8] che il coefficiente di backscattering varia tra un minimo di -7 dB, per una superficie abbastanza rugosa investigata con un fascio abbastanza largo, ed un valore molto più alto (anche 20 dB) se si considera il riflesso di una superficie quasi speculare (un oceano di etano calmo) ed il fascio utilizzato è concentrato entro mezzo grado dalla verticale, quindi considerando esattamente la riflessione speculare. Se invece si guarda anche di poco fuori dalla normale, -7 dB è un limite massimo; se la superficie è liscia e non si capta il riflesso speculare si scende rapidamente come valore.

Per quanto riguarda la rugosità della superficie, si ipotizza [8][9], a ragione, che le asperità del terreno, confrontabili con la lunghezza d'onda del radar (quelle che determinano sigma0), siano dell'ordine dei mm o cm (se la superficie è liquida sono le onde capillari).

| Material | Dielectric Constant | Loss Tangent | Density [Kgm-3] | Thermal Conductivity [Wm-1K-1] |
|---------------------|------------------------|---------------------|--------------------|-----------------------------------|
| Water Ice | 3.12 | $2x10^{-5}$ | ~900 | 5 |
| Water- | 4.5 | ~.01 | ~900 | 1-2 |
| Ammonia Ice | | | | |
| Sludge | 2.0 - 2.4 | 10 - 4 ? | ~800 ? | 0.5 ? |
| Meteoric | 8.6 | 0.9 | 2700 | 2 |
| Material | | | | |
| CO ₂ ice | 2.2 | < 0.005 | ~1600 | 1 |
| Ethane | 1.95 | <10 ⁻⁵ ? | 650 | 0,27* |
| Methane | 1.71 | <10 ⁻⁵ ? | 450 | 0.21* |
| Nitrogen | 1.51 | <10 ⁻⁵ ? | 800 | 0.2? |

 Tab. 5.2 Proprietà fisiche dei possibili materiali costituenti la superficie di Titano (94 K)

 (*) liquid deposits are likely to be convective

5.3 Calcolo della FSIR.

Una espressione accurata della Flat Surface Impulse Response è rappresentata dalla seguente relazione [28]:

$$P_{FS}(t) = \frac{\lambda^2}{(4\pi)^3 L_p} \int_{S} \frac{\delta\left(t - \frac{2r}{c}\right) G^2(\theta, \omega) \sigma^0(\psi, \phi)}{r^4} dA$$
(5.16)

dove λ è la lunghezza d'onda della radiazione trasmessa; L_p è un coefficiente che tiene conto dell'attenuazione di potenza durante il tragitto; $\delta\left(t-\frac{2r}{c}\right)$ è la funzione impulso, opportunamente ritardata del tempo di andata e ritorno; $G^2(\theta, \omega)$ è il pattern dell'antenna; r è la distanza dell'elemento di superficie scatterante dA; $\sigma^0(\psi, \phi)$ è la Radar Cross Section per unità di area della superficie illuminata.

| λ | lunghezza d'onda Radar |
|--|---|
| L_p | Two-way path loss |
| $\delta\!\left(t\!-\!\frac{2r}{c}\right)$ | Transmitted impulse function delayed time |
| С | Velocità della luce nel vuoto |
| $G^{2}(\theta,\omega)$ | Two-way power Gain Pattern of the radar antenna |
| R | Range of the scattering area dA on surface |
| $\sigma^{\scriptscriptstyle 0}(\!\psi,\!\phi)$ | Radar Cross Section per unità di area della superficie illuminata |

Tab. 5.3 Parametri del sistema

La figura (5.4) mostra la geometria utilizzata per il calcolo della FSIR. Lo sviluppo della FSIR è ottenuto imponendo che il pattern dell'antenna $G(\theta, \omega)$ sia Gaussiano a simmetria ellittica:

$$G(\theta,\omega) = G_0 \exp\left(-\frac{2}{\gamma}\left(1 + \beta \cdot \sin^2\omega\right)\sin^2\theta\right)$$
(5.17)

dove G_0 è il picco di guadagno dell'antenna (*boresight*) e γ è definito dall'ampiezza a 3dB del fascio, ω è l'angolo sotteso tra l'asse di boresight dell'antenna e β è un parametro che definisce la forma ellittica del beam.

Nel caso del Cassini Radar il picco di guadagno è elevato:

Cassini Radar ALTH \rightarrow Picco di guadagno dell'antenna, $G_0 = 45 \ dB$

ovvero circa un fattore 30000. Si ricorda che in trasmissione il guadagno non è altro che il rapporto tra la potenza trasmessa nella direzione di massimo e quella che sarebbe irradiata in una antenna isotropa, ovvero il rapporto tra l'intero angolo solido 4π e quello su cui viene concentrata la radiazione. In ricezione, invece, è una misura della direttività dell'antenna, ovvero un altro modo per esprimere l'area efficace dell'antenna ricevente così come compare nell'equazione radar.

I valori di γ e di β sono ricavabili dalle equazioni seguenti (5.18), (5.19):

$$\gamma = -\frac{2sin^2 \left(\frac{\theta_B}{2}\right)}{\ln(0.5)} \tag{5.18}$$

$$\beta = -\left(1 + \frac{\gamma \ln(0.5)}{2\sin^2\left(\frac{\theta_{\rm CSB}}{2}\right)}\right)$$
(5.19)

dove $\theta_{B} \in \theta_{CSB}$ sono le ampiezze del fascio nelle due direzioni, ampiezze definite in due piani ortogonali la cui intersezione individua il boresight dell'antenna.



Fig. 5.4 Geometria di calcolo della FSIR

; di

apertura 0.350°:

Cassini Radar ALTH \rightarrow Apertura a 3dB del beam 3, θ_{3dB} =0.350°

Pertanto, i valori assunti dalle (5.18) e (5.19) risultano:
Cassini Radar ALTH $\rightarrow \beta=0; \gamma=2.6917 \ 10^{-5}$

Utilizzando le espressioni precedenti, la (5.16) si riscrive:

(5.20)
$$P_{FS}(t) = \frac{G_0^2 \lambda^2}{(4\pi)^3 L_p} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \frac{\delta\left(t - \frac{2r}{c}\right) \sigma^0(\psi, \phi)}{r^4} \exp\left(-\frac{4}{\gamma} \left(1 + \beta \cdot \sin^2 \omega\right) \sin^2 \theta\right) \rho d\rho d\phi$$

dove l'area dA è stata scritta come $\rho \cdot d\rho \cdot d\phi$. Poiché l'ampiezza del fascio dell'antenna è considerabile, a ragione, stretta, la *radar cross section* è assunta indipendente da ϕ . Effettuando l'integrazione rispetto a ρ si ottiene:

$$P_{FS}(t) = \frac{G_0^2 \lambda^2 c \sigma^0(\psi_0)}{2(4\pi)^3 L_p h^3 (ct/2h)^3} \int_0^{2\pi} exp\left(-\frac{4}{\gamma} (1 + \beta \cdot \sin^2 \omega) \sin^2 \theta\right) d\phi$$
(5.21)

per $t \ge \frac{2h}{c}$ e $\psi_0 = tan^{-1}\sqrt{\frac{ct}{h}-2}$, dove h è la quota dello spacecraft.

Infatti $t = \frac{2h}{c}$ rappresenta il tempo impiegato dal generico impulso a percorrere la distanza h, andata e ritorno. Chiaramente l'eco sarà percepito solo dopo un tempo maggiore o uguale a $\frac{2h}{c}$.

Per completare l'integrazione rispetto a ϕ è conveniente esprimere la FSIR in termini della variabile temporale $\tau = t - 2h/c$:

$$P_{FS}(\tau) = \frac{G_0^2 \lambda^2 c \sigma^0(\psi_0)}{2(4\pi)^3 L_p h^3} \int_0^{2\pi} \exp\left(-\frac{4}{\gamma} \left(1 + \beta \frac{\rho^2 \sin^2 \phi}{\rho^2 - 2\rho\rho_0 \cos \phi + \rho_0^2}\right) \left(1 - \frac{(\cos \xi + \varepsilon \sin \xi \cos \phi)^2}{1 + \varepsilon^2}\right)\right) d\phi$$
$$\tau \ge 0 \quad (5.22)$$

dove:

$$\epsilon=\sqrt{c\tau/h}\;,\;\rho=\sqrt{c\tau h}\;,\;\rho_{0}=h\;tan\,\xi\,,\;and\;\psi_{0}\cong tan^{-1}\,\epsilon$$

Per $\xi = 0^{\circ}$ (nadir pointing) la precedente relazione si semplifica considerevolmente assumendo la forma di seguito riportata:

$$P_{FS}(\tau) = \frac{G_0^2 \lambda^2 c \sigma^0(\psi_0)}{2(4\pi)^3 L_p h^3} \int_0^{2\pi} exp\left(-\frac{4\epsilon^2}{\gamma(1+\epsilon^2)} (1+\beta \sin^2 \phi)\right) d\phi \qquad \tau \ge 0$$
(5.23)

Per le quote di esercizio di un altimetro operante da piattaforme satellitari, i tempi corrispondenti di andata e ritorno degli impulsi sono tali che si può assumere $\epsilon^2 = c\tau/h \ll 1$ e l'espressione della FSIR può essere riscritta nella seguente forma:

$$P_{FS}(\tau) = \frac{G_0^2 \lambda^2 c \sigma^0(\psi_0)}{4(4\pi)^2 L_p h^3} exp\left(-\frac{4\epsilon^2}{\gamma} \left(1+\frac{\beta}{2}\right)\right) I_0\left(\frac{2\beta\epsilon^2}{\gamma}\right) \qquad \tau \ge 0$$
(5.24)

dove $I_0(\cdot)$ è la funzione di Bessel modificata al secondo ordine.

Quindi, per i radar altimetri (come il Cassini Radar) che puntano al nadir, la FSIR ammette una soluzione in forma chiusa che, rispetto al modello di Brown, ha validità generale, per qualsiasi condizione operativa del fascio.

5.4 Calcolo della IR.

La risposta impulsiva $P_{IR}(\tau)$ può essere valutata come convoluzione tra la FSIR con la funzione densità di probabilità della quota $P_S(\tau)$ e la funzione risposta di un impulso puntuale $P_P(\tau)$:

$$P_{IR}(\tau) = P_{FS}(\tau) * P_s(\tau) * P_p(\tau)$$
(5.25)

Le due funzioni $P_S(\tau)$ e $P_P(\tau)$ sono supposte essere Gaussiane, le cui espressioni sono:

$$P_{s}(\tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{s}}} \frac{c}{2} \exp\left(-\frac{\tau^{2}}{2\sigma_{s}^{2}} \frac{c^{2}}{4}\right)$$
(5.26)

$$P_{p}(\tau) = \frac{P_{T}T}{\sqrt{2\pi\sigma_{p}}} \exp\left(-\frac{\tau^{2}}{2\sigma_{p}^{2}}\right)$$
(5.27)

dove σ_s è la rms di un punto sul livello medio della superficie illuminata, P_T è il picco di potenza trasmesso, σ_p è legato al tempo T dalla relazione:

$$\sigma_{\rm p} = \frac{\rm T}{\sqrt{8\log(2)}} \tag{5.28}$$

La $P_S(\tau)$ al variare di σ_S aumenta o riduce la sua ampiezza, come mostrato nella figura (5.19). In particolare, si riscontra come all'aumentare di σ_S la $P_S(\tau)$ si allarghi.

5.5 Cassini Radar Altimeter Mode : sviluppo del processing.

La routine MATLAB sviluppata, dopo aver acquisito i dati di input, procede con il calcolo della FSIR, implementando l'equazione (5.24); calcola, poi, la funzione densità di probabilità della quota $P_S(\tau)$ e la funzione risposta di un impulso puntuale $P_P(\tau)$, implementando le equazioni (5.26) e (5.27). In seguito, per effettuare la convoluzione (5.25) vengono calcolate le trasformate di Fourier (tramite l'algoritmo di FFT) della (5.24) e della convoluzione analitica tra le (5.26) e (5.27), la cui espressione è di seguito riportata:

$$P_{S}(\tau) * P_{P}(\tau) = P_{T} \eta \sqrt{2\pi} \sigma_{p} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{c}} \exp\left[-\frac{\tau^{2}}{2\sigma_{c}^{2}}\right]$$
(5.29)

dove: $\sigma_c = \sqrt{\sigma_p^2 + \sigma_h^2}$.

Le FFT delle equazioni (5.24) e (5.29) vengono effettuate al fine di trasformare le espressioni dal dominio del tempo al dominio della frequenza. Nel dominio della frequenza, infatti, gli integrali di convoluzione diventano semplici prodotti. Pertanto effettuando il prodotto tra le FFT delle equazioni (5.24) e (5.29) ed antitrasformando (IFFT) per ritornare nel dominio del tempo, si ottiene l'espressione della Risposta Impulsiva Reale. La figura (5.5) schematizza la logica di funzionamento del software sviluppato.

Nella figura si nota come il funzionamento del software possa essere suddiviso in cinque fasi:

- Acquisizione dei parametri di funzionamento dell'ALTH
- > Implementazione delle funzioni che caratterizzano il modello convoluzionale
- Implementazione del modello convoluzionale numerico
- Generazione del rumore Termico
- Control Tool



Fig. 5.5 Schema della logica di funzionamento del software per il calcolo delle prestazioni del CASSINI Radar ALTH

Il Control Tool consiste in una subroutine che effettua il confronto tra i dati ricavati dal modello convoluzionale ed i modelli classici. Essenzialmente esso si suddivide in tre fasi:

- Confronto tra il modello convuluzionale numerico ed i modelli classici Pulse Limited e Beam Limited.
- Calcolo del Centroide
- > Stimatore ML

5.5-1 Cassini Radar Altimeter Mode: esempio di valutazione della FSIR.

I seguenti esempi si riferiscono alle simulazioni effettuate per i targeted Titan Flybys. I dati di input utilizzati sono quelli riportati nella figura 5.2, nella fattispecie:

| Quota [Km] | 4000 |
|---------------|-------|
| B [MHz] | 4.26 |
| T [microsec] | 150 |
| Theta_B [°] | 0.350 |
| Theta_CSB [°] | 0.350 |
| Sigma [dB] | -7 |
| Sigma_h [m] | 0.01 |
| G [dB] | 45 |
| P [W] | 65 |
| F [GHz] | 13.68 |

Tab. 5.4 Parametri nominali dell'ALTH

Implementando l'equazione (5.24) si ottengono le curve mostrate nella figura (5.6) e nella figura (5.7) Nella figura (5.6) il valore della FSIR è stato normalizzato rispetto al valore massimo assunto dalla funzione stessa, valore riscontrabile dalla stessa fig.(5.7).

Le figure (5.8), (5.9) mostrano la FSIR al variare della quota di esercizio del Cassini Radar Altimeter.



Fig. 5.6 – 5.7 CASSINI RADAR ALTH: esempio di valutazione della FSIR: H=4000 Km, $\sigma^0 = -7$ dB, $\sigma_h = 0.01$ m. La prima figura è normalizzata rispetto al valore massimo. La seconda mostra il valore massimo assunto dalla FSIR.



Fig. 5.8 – 5.9 *CASSINI RADAR ALTH: esempio di valutazione della FSIR al variare della* **5.** *quota.*

I seguenti esempi si riferiscono alle simulazioni effettuate per i targeted Titan Flybys. I dati di input utilizzati sono quelli riportati nella tabella 5.4. Implementando l'equazione (5.25) si ottengono le curve mostrate nella figura (5.10) e nella figura (5.11). Nella Fig.(5.10) il valore della IR è stato normalizzato rispetto al valore massimo assunto dalla funzione stessa, valore riscontrabile dalla fig.(5.11). Le figure (5.13) e (5.14) mostrano la variazione della IR al variare della quota di esercizio dell'altimetro.



Fig. 5.10 CASSINI RADAR ALTH: Risposta Impulsiva Reale normalizzata.

Nelle figure (5.15), (5.16) è riportata la forma d'onda assunta dalla $P_S(\tau)$, rispettivamente normalizzata e non normalizzata. Nelle figure (5.17), (5.18) è riportata la forma d'onda assunta dalla $P_P(\tau)$. La figura (5.19) mostra la variazione della $P_S(\tau)$ al crescere di σ_S . In particolare, si riscontra come, all'aumentare di σ_S , la $P_S(\tau)$ si allarghi.



Fig. 5.11 – 5.12 CASSINI RADAR ALTH: Risposta Impulsiva reale. La prima figura mostra la IR non normalizzata. La seconda figura mostra uno zoom della IR normalizzata.



Fig. 5.13 – **5.14** CASSINI RADAR ALTH: Risposta Impulsiva reale al variare della quota di esercizio dell'altimetro. La prima figura mostra la IR normalizzata. La seconda mostra la IR non normalizzata.



Fig. 5.15 – 5.16 CASSINI RADAR ALTH: Heigth Probability Density Function, normalizzata e non normalizzata, calcolata per le condizioni operative riportate nella tabella 5.4



Fig. 5.17 – 5.18 CASSINI RADAR ALTH: Pulse Point Function, normalizzata e non normalizzata, calcolata per le condizioni operative riportate nella tabella 5.4



Fig. 5.19 CASSINI RADAR ALTH: Variazione della $P_S(\tau)$ al crescere della σ_h .

Dall'analisi delle figure precedenti si nota subito come la risposta impulsiva abbia un andamento molto simile ad una gaussiana (caso beam-limited) e tenda lentamente, al crescere della quota, a discostarsi da un andamento gaussiano per portarsi verso un andamento più simile all'eco di Brown. Questo conferma quanto detto sulla natura del fascio del Cassini Radar: dall'analisi dell'eco risulta, dunque, che il beam 3 del Cassini Radar ALTH ha prestazioni molto più vicine alla condizione beam limited piuttosto che pulse limited.

Si nota, poi, come dei 65 W trasmessi, in ricezione è percepita una potenza sull'ordine $(0.3 \div 2.15)*10^{-12}$ W.

| CASSINI RADAR ALTH | ΓX |
|--------------------|----|
| | tx |

Fig. 5.20 CASSINI RADAR ALTH: confronto tra potenza trasmessa e ricevuta

5.6 Controll Tool.

Ottenute le simulazioni mostrate nelle precedenti figure, si sono confrontati i dati ricavati con quelli dei modelli teorici analitici.

5.6-1 Confronto con il modello Beam Limited e Pulse Limited

Per meglio capire quanto la risposta impulsiva calcolata del Cassini ALTH si discosti dal modello beam-limited, si è operato un confronto tra le espressioni dell'equazione radar, specializzate alle condizioni beam-limited e pulse limited, rispetto alla IR calcolata con il modello convoluzionale numerico [28].

Nella condizione pulse-limited, per incidenza nadirale, dall'equazione radar si ricava che il valore massimo assunto dall'eco di ritorno è esprimibile tramite la seguente relazione:

$$\Pr|_{\max} = P_T \frac{G_0^2 \lambda^2 \sigma^0}{4(4\pi)^2 H^3} cT$$
(5.30)

Per la condizione beam-limited, invece, dall'equazione radar si ottiene:

$$\Pr|_{\max} = P_T \frac{G_0^2 \lambda^2 \sigma^0}{16(4\pi)^2 H^2} \theta_3^2$$
(5.31)

Facendo variare la quota nell'intervallo di esercizio dell'altimetro si ottengono le seguenti figure (5.21 - 5.22). Si nota come la IR sia molto prossima ad un andamento beam limited nell'intero range di funzionamento del radar ALTH. Il massimo scostamento tra la IR calcolata e la potenza di ritorno in condizione beam-limited è di circa -2 dB, cioè un fattore di scala pari a circa1.6.

La IR tende all'eco di Brown all'aumentare della quota, ma assume la forma tipica di un eco di Brown solo per quote estremamente lontane da quelle di esercizio dell'ALTH, come mostrato nella figura (5.23), dove sono riportate le forme d'onda per H=4000 Km ed H=40000 Km.





Fig. 5.21 – **5.22** *CASSINI RADAR ALTH: Confronto tra i valori dei massimi delle Potenze di ritorno relative ai modelli Pulse Limited, Beam Limited con la IR calcolata con il modello convoluzionale numerico Nella figura 5.22 la linea blu rappresenta la linea di tendenza (fitting polinomiale) della potenza ricevuta con il modello convoluzionale numerico.*



Fig. 5.23 CASSINI RADAR ALTH: IR alla quota operativa H=4000 Km ed alla quota di H=40000 Km, tipica della modalità scatterometro (CASSINI ALTL)

5.6-2 Calcolo preliminare del Centroide e stima degli errori.

Una prima indicazione per quantizzare l'errore che si commette considerando la funzione IR una gaussiana, è la stima della posizione del centroide della IR. Il centroide è definito come il punto, sulla curva, che minimizza la differenza tra la sommatoria dei quadrati delle potenze a destra e sinistra del punto stesso. Formalmente si può esprimere come segue:

dove F_{SX} ed F_{DX} rappresentano i valori della funzione a sinistra e destra del punto considerato. Ovviamente in una Gaussiana il centroide è rappresentato dal suo massimo, il quale a sua volta, nell'ipotesi di distribuzione gaussiana a media nulla, ha coordinate [x=0, y=max (F(x))]. Pertanto, la differenza tra la posizione del centroide sull'asse dei tempi nella funzione IR e l'analoga posizione del valore del massimo della curva rappresenta una misura di quanto la funzione risposta impulsiva si discosta dal tipico andamento gaussiano. La figura (5.24) mostra la posizione del centroide della funzione IR normalizzata, calcolata per le condizioni nominali di funzionamento del ALTH. In particolare la simulazione proposta è stata effettuata per la quota operativa di H=4000 Km. Al variare della quota, la posizione del centroide si discosta maggiormente dalla posizione del massimo della curva, come mostrato nella figura (5.25), a conferma del fatto che la IR all'aumentare della quota si discosta da un andamento gaussiano.

La differenza tra la posizione del centroide nella curva IR e la corrispondente posizione in una gaussiana, rappresenta un errore sistematico (bias), che si traduce in un errore in distanza nel calcolo della quota altimetrica. Poichè lo scarto sul centroide è noto, è possibile calcolare l'errore sistematico che si commette sul calcolo della quota dovuto alla posizione del centroide.

Nella figura (5.27) è mostrato l'errore, in metri, sulla quota altimetrica in funzione della quota di esercizio (linea di tendenza blu). Poiché il passo temporale utilizzato è 1*18⁻⁸ secondi, il minimo errore in altezza riscontrabile con questo algoritmo di stima del centroide è pari a 1.5 metri. In seguito si vedrà come rendere più accurata tale stima.



Fig. 5.24 CASSINI RADAR ALTH: Esempio di calcolo della posizione del centroide per una quota di esercizio H=4000 Km



Fig. 5.25 CASSINI RADAR ALTH: Esempio di calcolo della posizione del centroide al variare della quota di esercizio dell'ALTH.



Fig. 5.26 CASSINI RADAR ALTH: Esempio di calcolo della posizione del centroide al variare della quota di esercizio dell'ALTH (zoom).

bias, che è stato chiamato *bias convoluzionale* per il fatto che scaturisce dal modello convoluzionale

utilizzato, nasce dallo scarto presente tra il massimo della curva IR calcolata, rispetto al valore temporale $\tau = 0$. Infatti essendo $\tau = t - \frac{2h}{c}$, il massimo valore dell'eco deve risultare quando il tempo di propagazione t risulti uguale al tempo di andata e ritorno, e cioè $\frac{2h}{c}$. Pertanto la differenza temporale tra la posizione del massimo della curva IR ed il tempo $\tau = 0$ si traduce, in distanza, in un errore sistematico, noto, sul calcolo della quota altimetrica. La stessa figura (5.27) mostra il valore del bias convoluzionale in metri al variare della quota (linea di tendenza magenta); infine sempre sulla figura (5.27) è mostrato il bias totale, in metri, riscontrato al variare della quota (linea di tendenza rossa), dove:



$$bias|_{tot} = bias|_{centroide} + bias|_{convoluzionale}$$

Fig. 5.27 Confronto tra il bias dovuto alla non corretta posizione del centroide, il bias convoluzionale, dovuto al fatto che la IR presenta il massimo non centrato per $\tau=0$, ed il bias totale corrispondente alla somma dei due bias, al variare della quota.

5.7 Calcolo del Rapporto Segnale Rumore

Le simulazioni precedentemente effettuate non considerano la presenza del rumore termico che si sovrappone al segnale in fase di ricezione.

Pertanto, occorre inserire nel modello, il rumore termico. Nel caso in questione è stato generato un rumore termico bianco gaussiano. Il rumore termico bianco gaussiano è un segnale (di banda infinita) a densità di potenza spettrale costante lungo la banda. Da un punto di vista statistico il rumore può essere considerato una sequenza casuale dei suoi campioni, cioè è definito dalla legge di distribuzione (casuale) dei suoi campioni. Dunque si è generato un rumore la cui potenza vale:

$$P_n = K \cdot T_0 \cdot F \cdot B$$

dove: *K* è la costante di Boltzmann, *F* è la figura di rumore del ricevitore, T_0 è ^(5.33) ratura di rumore del sistema ricevente, *B* è la banda del segnale trasmesso. Nota la temperatura equivalente di rumore [6], T_{eq} =800 K, la cifra di rumore è calcolabile dalla relazione:

$$T_{eq} = T_0(F - 1) \tag{5.34}$$

Nel caso del CASSINI RADAR ALTH, supponendo $T_0=290 K$, si ottiene:

Cassini Radar ALTH
$$\rightarrow$$
 Cifra di rumore, **F=3.**7

Pertanto si ottiene un rumore termico la cui potenza vale:

Cassini Radar ALTH \rightarrow Potenza di rumore, P_n=-131 dB

Il rapporto segnale rumore, SNR, è definito come il rapporto tra la potenza di picco del segnale ricevuto e la potenza di rumore. Tradotto in dB, il SNR è la differenza tra il valore massimo della potenza dell'eco di ritorno, espresso in dB, e la potenza di rumore espressa anch'essa in dB. Le figure seguenti mostrano le simulazioni effettuate in presenza di rumore termico la cui potenza è definita dalla (5.33), alla quota di esercizio di H=4000 Km (fig. 5.28, 5.29), per le quali risulta un valore del SNR:

Cassini Radar ALTH \rightarrow H=4000 KM, SNR=14 dB

Alla quota di esercizio di H=9000 Km, risulta (fig. 5.30):

Cassini Radar ALTH → H=9000 KM, SNR=6 dB

La figura (5.31) confronta i segnali ricevuti al variare della quota di esercizio. Poiché all'aumentare della quota il picco della risposta impulsiva si riduce (fig. 5.14, fig. 5.21, fig. 5.22) come mostrato nella tabella 5.5, il SNR si riduce con la quota (fig. 5.32).

| Quota [Km] | $IR _{\max}[dB]$ | Pn [dB] | SNR [dB] |
|------------|------------------|---------|----------|
| 4000 | -116.69 | -131 dB | 14.5 |
| 5000 | -119 | -131 dB | 12.2 |
| 6000 | -120,8 | -131 dB | 10.4 |
| 7000 | -122 | -131 dB | 8.8 |
| 8000 | -123 | -131 dB | 7.3 |
| 9000 | -125 | -131 dB | 6 |

TAB. 5.5 CASSINI RADAR ALTH: valori della IR massima e del SNR al
variare della quota di esercizio.

Il rapporto segnale rumore definito in precedenza è un indice di quanto il picco della IR sia maggiore della potenza di rumore. Poiché nel nostro caso la IR è molto stretta e molto alta, la potenza di picco è notevolmente più ampia della potenza media, calcolabile come:

$$IR\big|_{media} = IR\big|_{\max} \cdot PRF \cdot \tau \tag{5.35}$$

Pertanto, possiamo esprimere un rapporto segnale medio/rumore (SmNR) che è un indice di quanto la potenza media del segnale ricevuto sia superiore al rumore.

La figura (5.34) mostra l'andamento della potenza media del segnale ricevuto rispetto alla potenza di picco calcolata con il modello convoluzionale, rispetto al modello teorico valido per le condizioni pulse limited e beam limited.

La figura (5.33) mette a confronto l'andamento del SNR e del SmNR.



Fig. 5.28 CASSINI RADAR ALTH: Segnale ricevuto in presenza di rumore



Fig. 5.29 CASSINI RADAR ALTH: Segnale ricevuto in presenza di rumore



Fig. 5.30-5.31 CASSINI RADAR ALTH: Segnale ricevuto in presenza di rumore. La prima figura si riferisce alla quota operativa di H=9000 Km. La seconda mostra la variazione del segnale al variare della quota.



Fig. 5.32 CASSINI RADAR ALTH: Andamento del SNR al variare della quota.



Fig. 5.33 CASSINI RADAR ALTH: Confronto tra il SNR e la SmNR al variare della quota.



Fig. 5.34 CASSINI RADAR ALTH: Confronto tra la potenza di picco del segnale ricevuto e la potenza media, calcolate con il modello convuluzionale numerico, rispetto alle potenze di picco dei modelli teorici beam limited e pulse limited.

5.7-1 Calcolo preliminare del Centroide in presenza di rumore:stimatore ML

Le considerazioni fatte per il calcolo del centroide valgono analogamente in presenza di rumore. Le figure (5.35-5.36) sono relative al calcolo del centroide in presenza di rumore.

Essendo il rumore caratterizzato statisticamente da una distribuzione casuale dei suoi campioni, la posizione del centroide varia tra due simulazioni effettuate nelle stesse condizioni. Pertanto la posizione del centroide in presenza di rumore deve essere calcolata come media dei valori della posizione del centroide per un numero fissato di simulazioni.

La posizione del centroide così ricavata si basa su considerazioni energetiche ma non permette alcun controllo sull'errore commesso. Per rendere più accurata e precisa la posizione del centroide, al fine di migliorare la precisione sulla stima dei bias, occorre implementare uno stimatore iterativo, a minimo errore quadratico medio, della stima del centroide. Tale algoritmo minimizza la differenza tra i dati simulati ed il modello teorico



Fig. 5.35 CASSINI RADAR ALTH: Calcolo del centroide in presenza di rumore alla quota operativa di H=4000 Km



Fig. 5.36 CASSINI RADAR ALTH: Calcolo del centroide in presenza di rumore alla quota operativa di H=4000 Km (blu), ed alla quota operativa di H=9000 Km (verde).

facendo tendere a zero l'errore. Lo stimatore di seguito utilizzato è uno stimatore a massima verosimiglianza (ML), il quale è non polarizzato (cioè che non presenta errori sistematici, *unbiased*, E(errore)=0) ed efficiente (*var(errore)=min*).

A partire dalla posizione del centroide calcolata con il modello (5.32) l'algoritmo confronta i dati ricavati dalle simulazioni con il modello teorico (beam limited) fino a minimizzare l'errore. La posizione del centroide per la quale l'errore tende a zero (o è minore della precisione desiderata) è la posizione accurata del centroide.

L'equazione dello stimatore ML è:

$$\sum_{i=1}^{n} \left(IR_{i} - \overline{m} \right) (\tau_{i} - \tau_{0}) = 0$$
(5.36)

dove: IR_i sono i valori della risposta impulsiva reale colcolata con il modello convoluzionale numerico, \overline{m} è il modello teorico gaussiano proprio della condizione beam limited, τ_0 è la posizione del centroide calcolata con il modello (5.32).

La figura (5.37) mostra la logica di funzionamento dello stimatore. Nelle figure (5.38) (5.39) è riportata la convergenza dell'algoritmo di stima ML nelle condizioni limite di H=4000 Km ed H=9000 Km. Le figure (5.40) e (5.41), invece, si riferisco ai valori dei bias totali calcolati con la posizione del centroide predetta dallo stimatore.



Fig. 5.37 Logica di funzionamento dello stimatore ML



Fig. 5.38 Convergenza dell'algoritmo di stima ML per H=4000 Km



Fig. 5.39 Convergenza dell'algoritmo di stima ML per H=9000 Km



Fig. 5.40 CASSINI RADAR ALTH: calcolo degli errori sistematici sulla quota altimetrica calcolati con lo stimatore ML.



Fig. 5.41 CASSINI RADAR ALTH: confronto tra gli errori sistematici commessi sul calcolo della quota altimetrica. La curva in blu si riferisce ai bias calcolati con lo stimatore ML, la curva in magenta si riferisce agli analoghi errori calcolati senza lo stimatore.

5.8 Influenza della natura della superficie di Titano sul segnale ricevuto.

Nel paragrafo (5.2-1) si è detto che lo scattering della superficie illuminata di Titano dipende dalla natura della superficie e si sono forniti i valori dei coefficienti di backscattering per gli scenari attesi:

| σ^0 | Natura della Superficie Illuminata di Titano | |
|------------|--|--|
| [dB] | | |
| -7 | superficie rugosa investigata con un fascio abbastanza largo | |
| +20 | riflesso di una superficie quasi speculare (un oceano di etano calmo) investigata con un | |
| | fascio stretto; quindi caso di riflessione speculare | |

Tab. 5.6Valori dei coefficienti di backscattering delle possibili superfici di Titano

La natura della superficie, quindi il relativo scattering, influenza la risposta impulsiva reale come mostrato nelle seguenti figure. La differenza principale tra lo scattering di una superficie rugosa (σ^0 =-7 dB) e lo scattering di una superficie quasi speculare (σ^0 =20 dB) è nel valore massimo della IR. Nel caso di riflessione speculare il picco della IR è molto più alto di quello analogo per una superficie rugosa. Le figure (5.42 ÷ 5.48) si riferiscono a simulazioni effettuate per una quota di esercizio di H=4000 Km; analizzandole si nota come la differenza tra i massimi dei due segnali sia di oltre 25 dB:

| $IR _{\sigma=20dB}$ | $IR _{\sigma=-7dB}$ |
|---------------------|---------------------|
| -91 dB | -116 dB |

Ciò comporta che il SNR nel caso di superficie speculare sia molto più elevato:

| $IR _{\sigma=20dB}$ | $IR _{\sigma=-7dB}$ |
|---------------------|---------------------|
| SNR=40 dB | SNR=14 dB |

Per quanto concerne la rms, essa non influisce significativamente sul valore della IR, come mostrato dalla figura (5.49) nella quale si sono considerati i casi di $\sigma_h=0.01$ m e $\sigma_h=1$ m.



Fig. 5.42 – 5.43 CASSINI RADAR ALTH: valori della FSIR e della IR calcolati per $\sigma^0 = 20 dB$



Fig. 5.44 – **5.45** *CASSINI RADAR ALTH: valore della IR calcolato per* $\sigma^0 = 20 dB$ *in presenza di rumore termico.*



Fig. 5.46 – 5.47 CASSINI RADAR ALTH: valori della FSIR e della IR calcolati per σ^0 =-7dB



Fig. 5.48 – **5.49** CASSINI RADAR ALTH: valore della IR calcolata per σ^0 =-7dB in presenza di rumore termico. La seconda figura mostra la IR in presenza di rumore termico per valori della rms=0.01m e rms=1m

5.9 Conclusioni

Le considerazioni fino ad ora svolte si riferiscono all'eco ricevuto da un singolo impulso di un burst. Dall'analisi comparata delle simulazioni effettuate si nota come, generalmente, l'eco ricevuto (la IR) sia superiore (in termini di potenza) al rumore termico, non solo riferendosi al suo valore di picco ma anche al valore medio (fig. 5.32 - 5.33). Pertanto si può concludere che riguardo al SNR le prestazioni del Cassini Radar, riferite al singolo impulso di un burst, sono ampiamente soddisfacenti.

Tuttavia, per migliorare le prestazioni del Cassini Radar, non tanto in termini di SNR, quanto nella riduzione degli errori che si commettono sul calcolo della quota, è possibile operare nei seguenti modi:

- Sommare gli echi ricevuti dai singoli impulsi costituenti il burst e farne la media.
- Utilizzare tecniche di apertura sintetica.

Gli errori sul calcolo della quota derivano, come detto in precedenza, dall'assumere come modello per l'eco di ritorno, il modello gaussiano; l'eco dovuto alla riflessione dell'impulso trasmesso, da parte di un certo target, sarà percepito, nella sua intensità massima, in un tempo pari al doppio del ritardo dovuto alla propagazione sulla distanza tra il radar ed il target, vale a dire:

$$t = \frac{2h}{c} \Leftrightarrow \tau = 0 \tag{5.37}$$

Quindi il modello di eco gaussiano prevede che il massimo sia corrispondente al valore $\tau=0$. La IR calcolata con il modello convoluzionale numerico si discosta da una forma d'onda gaussiana, presentando un massimo traslato rispetto al valore $\tau=0$ ed esibendo una posizione del centroide non coincidente con il massimo della curva fig. (5.50-5.51). Tale traslazione si traduce in un errore sul computo della distanza radar-target.

Il primo modo di operare comporta una evidente incremento del valore di picco e del valore medio della potenza del segnale ricevuto rispetto al rumore (fig. 5.52-5.61). Chiaramente ciò si traduce in un aumento del SNR, come mostrato nella figura 5.54.



Fig. 5.50 - 5.51 La figura 5.50 mostra la posizione del centroide alla quota H=9000 Km. Si nota come essa differisca dalla posizione del massimo della curva. La figura 5.51 mostra la differenza tra la IR ed il modello gaussiano.


Fig. 5.52 - 5.53 Confronto tra il segnale ricevuto da un singolo impulso del burst ed il segnale ottenuto dalla media degli echi ricevuti dagli impulsi di un intero burst.



Fig. 5.54 - 5.55 La figura 5.54 mette a confronto il SNR dovuto ad un singolo impulso del burst e quello dovuto agli impulsi di un intero burst. La figura 5.55 riporta la IR, mediata all'interno del burst, calcolata per la quota operativa di H=4000 Km.



Fig. 5.56 - 5.57 La figura 5.56 riporta la IR in presenza di rumore, mediata all'interno del burst, calcolata per la quota operativa di H=4000 Km. La figura 5.57 mette a confronto i segnali dovuti al singolo impulso ed all'intero burst.



Fig. 5.58 - 5.59 La figura 5.57 mette a confronto i segnali dovuti al singolo impulso ed all'intero burst alla quota H=4000 Km. La figura 5.59 mostra il segnale dovuto all'intero burst calcolato per la quota operativa di H=9000 Km.



Fig. 5.60 - 5.61 La figura 5.60 mostra il segnale dovuto al singolo impulso di un burst, calcolato per la quota operativa di H=9000 Km. La figura 5.61 mette a confronto i segnali dovuti al singolo impulso ed all'intero burst alla quota H=9000 Km.

Quindi, in tal modo, si migliora sicuramente il SNR ma non si agisce sulla forma d'onda, la quale esibirà gli stessi errori, rispetto al modello gaussiano, della forma d'onda ricevuta da un singolo impulso del burst.

Al contrario, operando con tecniche di apertura sintetica non solo si migliora il SNR ma si agisce sulla forma d'onda ricevuta, la quale si avvicina, apprezzabilmente, ad un andamento gaussiano riducendo quindi gli errori sulla quota. Infatti, il massimo della curva IR si sposta sensibilmente verso la posizione $\tau=0$ (fig. 5.65) ed inoltre la posizione del centroide coincide pressoché con il massimo della curva (fig. 5.66).

Per simulare l'apertura sintetica basta ricordare che la sintetizzazione di una antenna consiste nell'acquisizione dei segnali lungo la direzione del moto della piattaforma satellitare; in tal modo viene prodotta sinteticamente, in tale direzione, un'antenna lineare molto più grande dell'antenna ad apertura reale. Il Radar registrerà coerentemente (cioè immagazzinando ampiezza e fase dell'eco ricevuto) tutti gli echi radar provenienti dal bersaglio per tutto il tempo in cui sarà "inquadrato" dall'antenna reale, e cioè in tutte le stazioni $x_1,...,x_n$. Questo processo corrisponde a "sintetizzare" n antenne in posizioni diverse, ed a combinare i segnali ricevuti in modo da formare un"allineamento" (o *array*) di antenne reali, che prende il nome di "antenna sintetica" la quale presenterà un fascio molto più stretto lungo la direzione del moto (secondo la relazione 4.43, cfr. CAP.IV par. 4.4).

Pertanto, al fine di simulare una apertura sintetica del fascio del Cassini Radar ALTH basta stringere il fascio nella direzione del moto secondo quanto calcolato nella (5.5). La riduzione del fascio in azimuth comporta che il segnale ricevuto subisca non solo una compressione in range, ma anche una compressione in azimuth di una quantità pari al fattore di compressione in azimuth η_a definito dal prodotto della banda Doppler per il tempo di integrazione (assunto pari proprio al tempo del burst):

$$\eta_a = B_D T_B = 2 \frac{V^2 T_{ifr}}{\lambda R_0} T_b = 4$$
(5.38)

Quindi il valore di picco della IR con apertura sintetica risulterà maggiore rispetto al caso di processing senza apertura sintetica (fig. 5.64) migliorando di conseguenza il SNR (fig. 5.68 - 5.69).

Dunque, effettuando un processing che prevede apertura sintetica, non solo si migliora la qualità del segnale (perché aumenta il SNR), cosa che poteva essere ottenuta anche sommando e mediando gli impulsi all'interno del burst, ma soprattutto si riducono gli errori sulla stima della distanza relativa radar-target di oltre il 50%, come mostrato nelle fig. 5.70, 5.71.

Di seguito sono riportati i risultati delle simulazioni nel caso di apertura sintetica. Le figure riportano il confronto tra le forme d'onda con e senza un processing, che prevede tecniche di sintetizzazione alla quota operativa di H=4000 Km.



Fig. 5.62 - 5.63 Confronto tra la FSIR e la IR calcolate con e senza Apertura Sintetica alla quota H=4000 Km.



Fig. 5.64 - 5.65 Confronto tra la IR calcolata con e senza Apertura Sintetica alla quota H=4000 Km.



Fig. 5.66 - 5.67 *La figura 5.66 mostra la posizione del centroide con e senza apertura sintetica. La figura 5.67 mostra il confronto tra i segnali ricevuti con e senza apertura sintetica.*











Fig. 5.70 - 5.71 Confronto tra gli errori commessi sul calcolo della quota con e senza un processing che preveda tecniche di apertura sintetica.

CONCLUSIONI.

Il lavoro di tesi svolto è stato impostato con lo scopo di individuare, analizzare e studiare tutte le problematiche inerenti al funzionamento nominale del Cassini Titan Radar Mapper in modalità Altimetro ad alta risoluzione. In particolare, all'analisi delle prestazioni del radar si è affiancato uno studio orbitale teso a completare e chiarire le modalità di scansione del radar.

Le simulazioni orbitali dei Titan flybys hanno indicato con estrema precisione le durate massime di ogni scansione ad ogni passaggio, i valori delle velocità relative Titano-Orbiter e la distanza al nadir Titano-Orbiter durante l'intervallo di quota assegnato alla indagine altimetrica. Confrontando i risultati ottenuti con le previsioni orbitali riportate in letteratura si è riscontrata una ottima precisione per tutto l'intervallo di quote in cui il Cassini Radar funzionerà in modalità attiva. Il modello utilizzato della patched *conic approximation* risulterà, tuttavia, poco preciso (per le questioni discusse nel Capitolo II) nella regione ai margini della sfera di influenza di Titano (R=43000 Km), comunque per quote al di sopra del funzionamento del radar in modalità attiva.

Ottenuti i dati delle simulazioni orbitali durante i targeted Titan flybys, si è proceduto alla caratterizzazione del funzionamento specifico dell'ALTH. In particolare, per il calcolo della risposta impulsiva reale dell'ALTH, è stato implementato un modello convoluzionale numerico che, rispetto ai modelli classici presenti in letteratura, ha il vantaggio di risultare valido per qualunque condizione operativa del fascio, sia esso beam limited che pulse limited.

La routine MATLAB sviluppata permette di acquisire come dati di input i parametri di funzionamento nominali del Cassini Radar ALTH e le proprietà statistiche dei modelli geofisici della superficie di Titano. Queste ultime permettono di simulare tutti i diversi scenari possibili di scansione, anche se, tuttavia, si basano su dati di natura statistica e non su specifici calcoli.

Al fine di caratterizzare gli errori che si commettono sulla stima della distanza relativa Orbiter-target, è stata sviluppata una subroutine, chiamata *Control Tour*, che confronta la IR calcolata con il modello proposto ed i corrispondenti risultati ottenuti con i modelli classici. In seguito viene calcolato il centroide della curva e viene utilizzato uno stimatore ML per rendere più precisa ed accurata la posizione del centroide.

Le simulazioni hanno mostrato che l'andamento della risposta impulsiva si avvicina molto più al modello beam limited, ossia, la curva ha un andamento più simile ad una gaussiana che ad un eco di Brown. All'eco dovuto al singolo impulso del burst è stato, poi, aggiunto un rumore termico al fine di calcolare il SNR. Rispetto a quest'ultimo le prestazioni del Cassini ALTH sono ampiamente soddisfacenti, nel senso che il SNR risulta sempre positivo.

Per ridurre gli errori commessi si sono seguite due metodologie: sommare gli echi dovuti ai singoli impulsi costituenti un burst e farne le media, oppure, utilizzare tecniche di apertura sintetica. La routine permette di operare con tecniche di apertura sintetica acquisendo come dato di input l'ampiezza del fascio sintetizzato.

Le simulazioni effettuate hanno fatto propendere per la seconda soluzione, in quanto, in entrambi i casi si migliora il SNR (di per sé già soddisfacente), ma il trattamento dei dati con apertura sintetica permette di agire sulla forma d'onda della IR facendola tendere apprezzabilmente ad una gaussiana. Si è visto che con tale tecnica si possono ridurre gli errori sulla stima della quota di oltre il 50%, contenendoli in un range che non supera i 20 m.

Bibliografia.

[1]. JPL Publication No.D-11777, Cassini Document 699—070-2, Cassini Program Environmental Impact Statement Supporting Study.

[2]. Cassini Mission Plan Document, D. Seal, 2003. (JPLD-5564)

[3]. The Cassini-Huygens Mission to the Saturnian System, Dennis Matson, Space Science Reviews 104: 1–58, 2002.

[4]. <u>http://www.jpl.nasa.gov/releases/2001/cassini_010629.html</u>

[5]. *Huygens Descent Trajectory*, David H. Atkinson, Dept. of Electrical Computer Engineering University of Idaho, Box 441023 Academy of Sciences Moscow, Bobby Kazeminejad Department of Extraterrestrial Physics Space Research Institute, Austrian Academy of Science, June 18, 2003.

[6]. Charles Elachi, *Cassini Titan Radar Mapper*, Proceeding of the IEEE, Vol.79,N°6, June 1991

[7]. Philip W. Tracadas, H. B. Hammel, J. L. Elliot, C. B. Olkin, *Massachusetts Institute of Technology, Department of Earth, Atmospheric, and Planetary Sciences, Cambridge,* "Probing Titan's Atmosphere with the 1995 August Stellar Occultation".

[8]. R. Lorenz et al., Planet. Space Sci. 47, 1503 (1999)

[9]. D.Casarano, F.Posa, R.D.Lorentz, 2000, CASSINI RADAR: data analysis of the Earth flyby and simulation of Titan flyby's data, Icarus.

[10]. R.D.Lorentz ea al., 2003, CASSINI RADAR: prospects for Titan surface investigations using the microwave radiometer, Planetary and Space Science 51, 353-364

[11]. G.Antonelli, 2002, Studio della rivoluzione di due Corpi per Effetto Gravitazionale.

[12]. J.D.Anderson, G.Giampieri, N.J.Rappaport, 2001, *Pertubation of a Spacecraft Orbit during a hyperbolic Flyby*, Icarus 150, 168-180

[13]. J.D.Anderson, G.Giampieri, 1999, *Theoretical Description of Spacecraft Flybys by* Variation of Parameters, Icarus 138, 309-318

[14]. J.D.Anderson, G.Giampieri, N.J.Rappaport, B.Bertotti, 1997, *Doppler Measurements of the Quadruple Moments of Titan*, Icarus 126, 313-323

[15]. R.R.Bates, Mueller, White, 1971, *Fundamentals of Astrodynamics*, Dover Publications Inc., New York

[16]. J.D.Anderson, G.Giampieri, N.J.Rappaport, 2003, *Gravity field and interior structure of Rhea*, Physics of the Earth and Planetary Interiors 136, 201–213

[17]. Ralph Lorenz, Charles Elachi et al., 1999, *Cassini Radar Observations of the Earth*, Planetary and Space Science

[18]. Eastwood, Johnson, Hensley, 2000, CASSINI RADAR for Remote Sensing of Titan-Design Considerations, JPL.

[19]. L.Borgarelli, G.Picardi, R.Seu, 1995, *Altimetry in the Cassini mission*, IEEE 0-7803-2567-2, 1598-1600.

[20]. Ralph Lorenz, Oct 2000, *The Weather on Titan*, Planetary and Space Science 290, Number 5491, Issue of 20, pp. 467-468.

[21]. David Doody, George Stephan, 1995, Basic of Space Flight, JPL D-9774 Rev.A

[22]. J.H.Vilppola, 1998, Cassini Mission and the CAPS/IBS Instrument, University of Oulu

[23]. S.Pessina, S.Campagnola, M.Vasile, Preliminary Analysis of Interplanetary Trajectories with Aerogravity and Gravity Assist Manoeuvres, 1999

[24]. <u>http://www.jpl.nasa.gov/cassini</u>

[25]. <u>http://www.sp.ph.ic.ac.uk/~nach/mag_planning.html</u>

[26]. Eastwood, Johnson, Wheeler, 1994, *Development Status of Cassini Radar for Remote Sensing of Titan*, IEEE 0-7803-1947,2, 1562-1564

[27]. Borgarelli, Zampolini Faustini, 1995, CASSINI RADAR: Radiometer Mode, IEEE 0-7803-2567-2, 1595-1597

[28]. Gary S. Brown, 1977, *The Average Impulse Response Of a Rough Surface ans Its Applications*, IEEE VOL.25, N°1, 67-74

[29]. Kostiuk, Fast, et al.,1997, Ethane Abundance on Titan, Planet. Space Sci. VOL.45 N°8, 931-939

[30]. Ralph Lorenz, J. Lunine, 1997, *Titan's surface reviewed : the nature of bright and dark terrain, Planet. Space Sci.* VOL.45 N°8, 981-992

[31]. K.S. Chen, A.K. Fung, 1992, *A backscattering Model for Ocean Surface*, IEEE VOL.30, N°4, 811-817

[32]. Monfredini, Seu, Picardi, Morelli, 1995, *A non coherent surface backscattering model* for radar abservation of planetary bodies and its applications to Cassini radar altimeter, Planet. Space Sci. VOL.43 N°12, 1567-1577

[33]. Curlander, Mc Donough, 1991, Syntethic Aperture Radar Systems and Signal Processing, John Wiley Publications

[34]. Samuel et al., 1998, *Performance Analysis of an Topography Mission Final Report*, ESTEC Contract N° 12124/NL/CN

[35]. Benveniste, Roca, Levrini et al., 2001, *The Radar Altimetry Mission*, ESA Bulletin n°106

[36]. W.G.Rees, Physical *Priciples of Remore Sensing* (2nd ed.), Cambridge University Press, Cambridge UK, 343 pp.

[37]. Bamber, 1994, *Ice sheet altimeter processing scheme*, International Journal of Remote Sensing, VOL. 15, N°4, pp. 925-938

[38]. C.Elachi, 1988, Spaceborne Radar Remote Sensing: Applications and Techniques, IEEE Press, New York

[39]. G.S. Hayne, 1980, Radar Altimeter Mean Return Waveforms from Near-Normal-Incidence Ocean Surface Scattering, IEEE VOL. AP-28, N°5

[40]. J.R. Jensen, 1999, Radar Altimeter Gate Tracking: Theory and Extension, IEEE, VOL. 7, N°2

[41]. C.G. Rapley, H.D. Griffiths, 1990, "Proceeding of the Consultative Meeting on Imaging Altimeter Requirements and Techniques", University College London, ESA Referene MSSL/RSG/90.01

[42]. Ulaby, Moore, Fung, 1982, *Microwave Remote Sensing: Active and Passive, VOL. II* : Radar Remote Sensing and Surface Scattering and Emission Theory, Addison Wesley Publishing Company, Inc.

[43]. D.J. Wingham, Rapley, Griffiths, 1986, *New Techniques in satellite tracking systems*, IGARSS'86 Symp.Dig., VOL.I, pp.185-190

[44]. D.B. Chelton, E.Walsh, 1989, *Pulse Compression and sea level tracking in Satellite Altimetry*, Journal of Atmosferic and Oceanic Tech., VOL.6, pp. 407-438

[45]. D.W. Hancock, G.S. Hayne, R.L. Brooks, 2001, GFO Altimeter Engineering Assessment Report, The First 20 Cycles Since Acceptance, NASA TM-2002-209984/VER.1/VOL.III

[46]. R.J. Jensen, R.K.Raney, 1996, *Multi-Mission Radar Altimeter: Concept and performance*, Proceedings IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium IGARSS'96, Lincoln, Nebraska, USA, IEEE N°98CH36174, pp. 2011-2013

[47]. R.K. Raney, 1995, *A Delay/Doppler Radar fot ice sheet Monitoring*, IEEE Geoscience & Remote Sensing Symposium IGARSS'95 Firenze, N°95CH35770, pp. 862-864

[48]. C.G. Rapley, H.D. Griffiths, P.A.M. Berry, 1990, Proceedings of the Consultative Meeting on Imaging Altimeter Requirements and Techniques, University College London, ESA Reference MSSL/RSG/90.01 [49]. F. Rémy, B. Legresy, P. Vincent, 1999, New Scientific Opportunities from Ka-band Altimetry, IGARSS'99, Symp. Dig., Hamburg, Germany

[50]. C.H. Davis, H.J. Zwally, 1993, *Geographic and Seasonal variations in the surface proprieties of the ice sheets by satellite radar altimetry*, Journal of Glaciology, VOL.39, N°133, pp. 687-697

[51]. G.Picardi, R.Seu, S.Sorge, 1998, *Extensive Non Coherent Averaging In Doppler Beam Sharpened Space-Borne Radar Altimeters*, Proceedings of Geoscience and Remote Sensing Symposium IGARSS'98, Seattle, USA, IEEE N° 98CH36174, pp. 2643-2645

[52]. R.K.Raney, 1998, *The Delay/Doppler Radar Altimeter*, IEEE VOL. 36, N°5, pp. 1578-1588

[53]. C.H. Davis, 1992, Satellite Radar Altimetry, IEEE VOL.40, N°6, pp.1070-1076

[54]. S.Barbarossa, P.T.Melacci, G.Picardi, R.Seu, 1990, *A conceptual SAR/Altimeter Radar with Subsurface Capabilities for Space Missions*, IEEE N° CH2882-9/90/0000-0076

[55]. V.N. Zarkov, Struttura Interna della Terra e dei Pianeti, Editori Riuniti

[56]. G. Franceschetti, R. Lanari, 1999, Synthetic Aperture Radar processing, CRC, Press

[57]. G. Alberti, G. Salzillo, A. Moccia, *Algoritmi per la produzione di immagini*,

CO.RI.S.T.A., www.corista.it