

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI
“FEDERICO II”



FACOLTÀ DI INGEGNERIA
CORSO DI LAUREA
IN
INGEGNERIA AERONAUTICA INDIRIZZO SPAZIALE
DIPARTIMENTO DI SCIENZA E INGEGNERIA DELLO SPAZIO
“LUIGI G. NAPOLITANO”

TESI DI LAUREA
IN
SISTEMI AEROSPAZIALI DI TELERILEVAMENTO

**Analisi di missione per l'osservazione di
Mercurio mediante *laser-altimetro*.**

RELATORI

Ch.mo Prof. Ing.
Antonio Moccia

Dott.ssa

Maria Rosaria Santovito

CANDIDATO

Aniello Cipriano
matr. 47/625

SOMMARIO

| | |
|--|---------------|
| <u>Introduzione</u> | pag.5 |
| <u>1. Funzionamento di un altimetro laser</u> | pag.10 |
| <u>2. La missione Bepi-Colombo valutazioni di copertura</u> | |
| 2.1. <i>Condizioni di telerilevamento</i> | pag.21 |
| 2.2. <i>Ipotesi dell'orbita nominale dello S/C</i> | pag.23 |
| 2.2.1 <i>Sistema di Riferimento</i> | pag.27 |
| 2.3 <i>Ripetitività dell'orbita-Calcolo distanze di G.T</i> | pag.30 |
| 2.4 <i>Condizioni Operative del Laser Altimetro della missione Bepi Colombo</i> | pag.37 |
| 2.4.1 <i>Valutazione della fase Ascendente dell'orbita</i> | pag.37 |
| 2.4.2 <i>Valutazione della fase Discendente dell'orbita</i> | pag.40 |
| 2.4.2.1 <i>Valutazione delle Latitudini coperte dalla fase Discendente</i> | pag.44 |
| 2.4.3 <i>Valutazione delle Condizioni di Illuminazione Orientamento del laser altimetro rispetto al sole</i> | pag.46 |
| 2.4.4 <i>Condizioni di Operatività dovute alla Luce</i> | pag.59 |
| 2.5. <i>Tabelle Riepilogative</i> | pag.68 |
| 2.5.1 <i>Operatività delle varie fasi dell'Orbita</i> | pag.68 |

- 2.5.2 *Condizioni d'illuminazione ad ogni passaggio orbitale..pag.76*
- 2.5.3 *Copertura per ogni passaggio orbitale nelle due fasi....pag.81*

3. La missione Bepi-Colombo valutazioni dell'orbita

- 3.1. *Introduzione - Condizioni ambientali pag.91*
- 3.2. *Campo Gravitazionale di Mercurio..... pag.95*
- 3.3. *Effetto del Sole considerato come terzo corpo..... pag.100*
- 3.4. *Effetto della Pressione di Radiazione Solare..... pag.106*
- 3.5. *Calcolo dell'orbita perturbata: Metodo di Encke..... pag.111*

4. Conclusioni

- 4.1 *Introduzione..... pag.120*
- 4.2 *Risultati di T.R..... pag.121*
- 4.3 *Risultati – Orbita reale –..... pag.144*

Bibliografia..... pag.147

ABBREVIAZIONI ED ACRONIMI

| | |
|-------------|---|
| T.R. | TeleRilevamento |
| P.O. | Piano Orbitale |
| L.A. | Laser Altimetro (sistema usato per il T.R.) |
| MPO | Mercury polar orbiter of Bepi Colombo mission |
| S/C | Spacecraft |
| LOS | Line-of-Side (Direzione di puntamento) |
| G.T. | Ground Tracks (Traccia a terra della LOS) |
| ITD | Inter Track Distance (Distanza minima tra G.T.) |
| S.N. | Shift-Number |

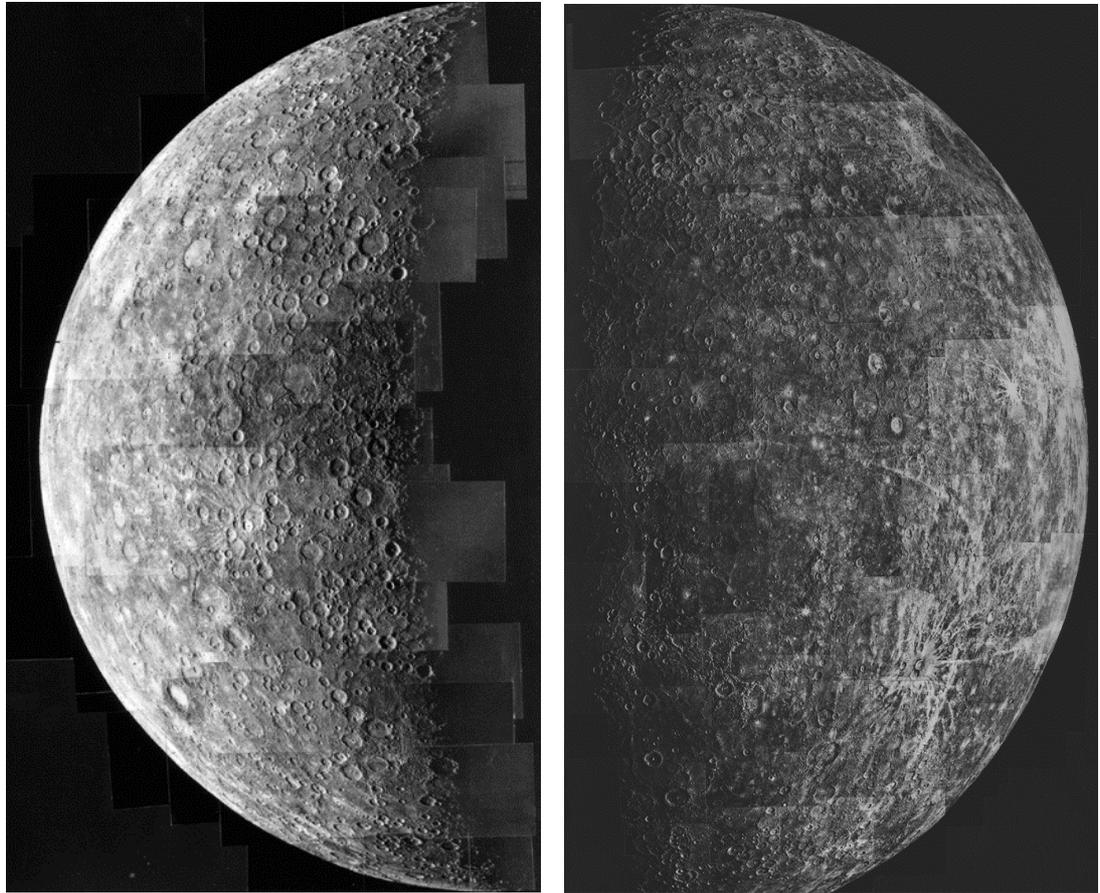
Introduzione

L'esplorazione spaziale è una fonte preziosa per una sempre maggiore comprensione delle leggi che regolano l'universo e la sua evoluzione. In particolare le missioni interplanetarie sono i mezzi fondamentali per lo studio dei corpi celesti della nostra galassia ed oltre.

La missione Bepi-Colombo [1] progettata dall'ESA risulta essere una pietra angolare per quanto riguarda l'esplorazione spaziale, ed in particolare il pianeta **Mercurio**, che ancora nasconde molte incognite essendo finora il meno studiato data la sua critica vicinanza al Sole.

In passato solo il Mariner 10 ha avuto come obiettivo il pianeta Mercurio: negli anni 1974 e 1975 vennero trasmessi i risultati di 3 sorvoli della sonda a qualche milioni di chilometri dalla superficie, dopo di che nessuna missione è stata progettata per l'esplorazione del pianeta.

Ad oggi la mappa di Mercurio che si ha è ottenuta con i dati ricavati dalla sonda Mariner 10, è quella che si può vedere nell'immagine di figura 1.



***Figura 1:** Mercurio con le conoscenze di oggi
Mosaico ottenuto con i dati della sonda Mariner1[1]*

La missione **Bepi-Colombo** [1], sarà composta da due sonde attorno al pianeta su orbite diverse.

Nella figura 2 si ha una schematizzazione delle due orbite.

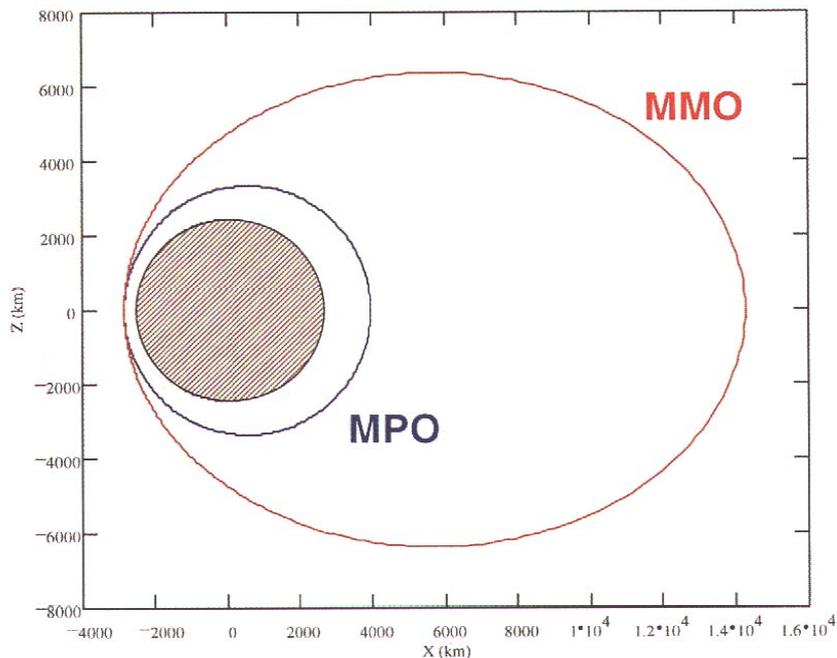


Fig.2: Descrizione orbite dei moduli della missione Bepi-Colombo

La sonda **MPO** (Mercury Planetari Orbiter), in orbita quasi circolare sarà dedicata allo studio della superficie e delle immagini.

La sonda **MMO** (Mercury Magnetospheric Orbiter), in orbita ellittica, sarà dedicata alle misure del plasma magnetosferico ed al vento solare.

Una originalità della missione sarà l'utilizzo di un sistema di propulsione ionica (motori a ioni, nei quali delle celle solari alimentano un getto di ioni che fornisce la spinta al veicolo), che permetterà di accorciare significativamente i tempi della traiettoria dalla Terra a Mercurio che

sono stimati di 2,5 anni contro i 5 anni della missione Messenger anch'essa indirizzata verso Mercurio.

La missione studierà Mercurio in modo completo: dalla superficie del pianeta all'esosfera, ed esaminerà magnetosfera e vento solare.

Obiettivi scientifici

Analizziamo ora in maggiore dettaglio gli obiettivi scientifici della missione.

Arrivato a destinazione, il satellite Bepi-Colombo assolverà ai seguenti compiti:

- Mappatura completa della superficie di Mercurio
- Indagine geochimica della superficie di Mercurio
- Studio dei campi gravitazionali e magnetici
- Studio della rotazione planetaria e dei modelli dell'interno del pianeta
- Analisi delle particelle e delle onde in prossimità di Mercurio e del vento solare (tra 0.3 e 0.5 unità astronomiche).
- Test delle teorie della gravitazione tramite misure radio.

La sonda sarà lanciata nel 2012 tramite un lanciatore Ariane 5 dalla base di Kourou nella Guyana francese.

Bepi-Colombo sarà composto da cinque moduli, due di propulsione (Solar Electric Propulsion Module -SEPM- ovvero modulo a propulsione

elettrica solare, ed il Chemical Propulsion Module -CMP- cioè il modulo a propulsione chimica) e dai seguenti tre moduli di strumenti scientifici:

- Mercury Planetary Orbiter (MPO),
- Mercury Magnetospheric Satellite (MeMS)
- Mercury Surface Element (MSE)

MPO avrà il compito di studiare la superficie e la composizione interna del pianeta ponendosi in un'orbita polare attorno ad esso con pericentro a 400 km dalla superficie e apocentro a 1500 km. L'assetto del modulo (ovvero la sua orientazione nello spazio) sarà stabilizzato su 3 assi.

Per quanto riguarda lo studio morfologico del pianeta, questo sarà ottenuto mediante l'utilizzo di un sistema laser altimetro, ed il CORISTA di Napoli ha realizzato uno studio di sistema preliminare, nell'ambito di un contratto ESA con prime investigator Galileo Avionica di Firenze.

La tesi si articola secondo il seguente schema:

- **Capitolo 1:** Indicazione dei principi di funzionamento di un sistema laser altimetro;
- **Capitolo 2:** Studio dell'orbita di telerilevamento per la missione Bepi-Colombo;

- **Capitolo 3:** Studio dell'orbita reale per lo S/C della missione Bepi-Colombo, ovvero individuazione della variazione dei parametri orbitali valutandone gli ordini di grandezza nel particolare scenario Mercuriano;
- **Capitolo 4:** Analisi dei risultati ottenuti per il T.R. e l'orbita reale con indicazione di ipotesi migliorative per la missione, in termini di aumento della copertura e quindi di condizioni massima sfruttabilità del laser altimetro.

Cap. 1. Principi di funzionamento di un Laser Altimetro

1.1. Premessa

In questo capitolo verranno brevemente analizzati i principi generali di funzionamento di un laser e la tecnica di altimetria laser.

1.2. Principi fisici del Laser

Il laser [2] è un dispositivo capace di generare un fascio intenso e molto stretto di luce monocromatica coerente. Per coerente s'intende che tutte le parti di una stessa sezione normale al fascio hanno la stessa fase. Il fascio emesso è un'onda quasi perfettamente piana. Una sorgente ordinaria di luce, al contrario, irraggia in tutte le direzioni (quindi l'intensità diminuisce rapidamente con la distanza), e la luce emessa è incoerente.

Il funzionamento di un laser è basato sulla teoria quantistica. Un atomo può assorbire un fotone se e solo se la sua energia hf (dove h è la costante di Planck ed f è la frequenza) corrisponde alla differenza di energia tra un livello energetico occupato ed un livello eccitato libero così come rappresentato in figura 1.1.1.

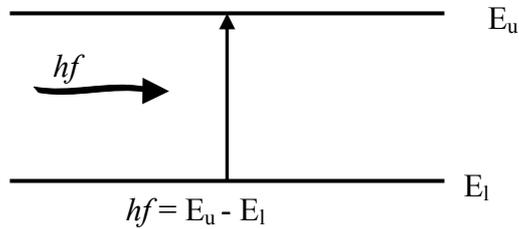


Figura 1.1.1: Assorbimento di un fotone. hf rappresenta l'energia associata al fotone, mentre E_u ed E_l sono rispettivamente l'energia di un livello occupato ed uno eccitato libero.

Se l'atomo è già eccitato può naturalmente saltare in modo spontaneo a uno stato inferiore dando luogo all'emissione di un fotone. Tuttavia se l'atomo eccitato viene investito da un fotone della stessa energia, quest'ultimo è in grado di stimolare l'atomo e provocarne più prontamente la transizione allo stato inferiore così come in figura 1.1.2.

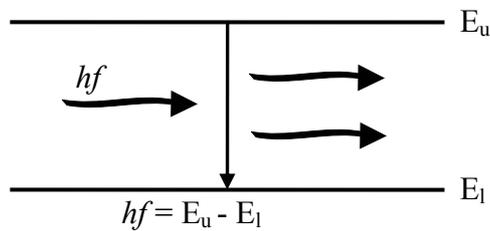


Figura 1.1.2: Emissione stimolata. hf rappresenta l'energia associata al fotone, mentre E_u ed E_l sono rispettivamente l'energia di un livello occupato ed uno eccitato libero.

In questo caso si parla di emissione stimolata, durante la quale si può ben vedere che non solo permane l'esistenza del fotone originale, ma ne appare un secondo della stessa frequenza come risultato della transizione dell'atomo. Questi due fotoni sono esattamente in fase, e si

muovono nella stessa direzione. Ecco come si produce luce coerente in un laser e da dove deriva il nome laser, che è un acronimo dall'inglese *Light amplification by stimulated emission of radiation*.

Normalmente la maggior parte degli atomi è nello stato fondamentale, di modo che i fotoni incidenti sono per lo più assorbiti. Per ottenere la luce coerente dall'emissione stimolata si devono soddisfare due condizioni. Per prima cosa gli atomi si devono trovare nello stato eccitato. Occorre avere cioè un'inversione di popolazione, una situazione in cui vi sono più atomi nello stato superiore che in quello inferiore così che l'emissione di fotoni prevalga sull'assorbimento come in figura 1.1.3.



Figura 1.1.3: Due livelli di energia per un insieme di atomi. Ogni punto rappresenta lo stato energetico di un atomo. (a) situazione normale (b) inversione di popolazione

In secondo luogo lo stato superiore deve essere uno stato metastabile, ossia uno stato in cui gli elettroni rimangono più a lungo del normale, di modo che la transizione allo stato inferiore avviene per emissione stimolata piuttosto che spontaneamente.

In figura 1.1.4 è rappresentato un diagramma schematico di un laser: la sostanza *laserante*, nota come mezzo attivo, è generalmente contenuta in un tubo lungo e stretto le cui estremità sono costituite da due specchi, uno dei quali è semitrasparente (trasmette cioè l'1 o il 2%).

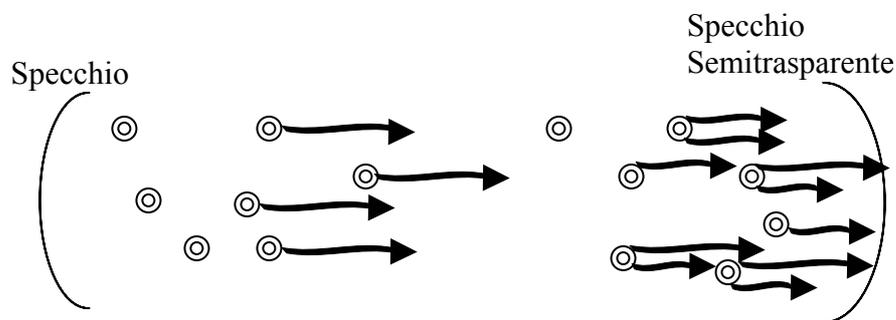


Figura 1.1.4: Schema di un laser in cui si vedono gli atomi eccitati stimolati ad emettere luce

Alcuni degli atomi eccitati decadono quasi subito dopo essere stati eccitati. Uno di questi è l'atomo rappresentato all'estremità sinistra della figura 1.1.4. Se il fotone emesso colpisce un altro atomo allo stato eccitato, stimola questo atomo ad emettere un fotone alla stessa frequenza, diretto nella stessa direzione ed in fase con lui. Questi due fotoni nel loro investimento altri atomi provocando altre emissioni stimolate. Man mano che il processo prosegue, il numero di fotoni si moltiplica. Quando i fotoni giungono contro gli specchi sono in massima parte riflessi e, ripercorrendo nel verso opposto lo stesso cammino da cui erano venuti continuano a stimolare altri atomi con

l'emissione di fotoni. Durante questo andirivieni di fotoni tra i due specchi una piccola percentuale passa attraverso lo specchio semitrasparente posto ad un'estremità del tubo. Questi fotoni costituiscono il fascio laser esterno coerente e sottile. Il risultato di tale processo è che l'energia luminosa, invece di sparpagliarsi nello spazio come normalmente fa con la sorgente ordinaria, è diretta in un fascio sottilissimo.

L'eccitazione degli atomi in un laser, atta a produrre la necessaria inversione di popolazione, può essere ottenuta in modi diversi. In un laser al rubino il mezzo attivo è una barretta di rubino, costituita da Al_2O_3 , in cui una piccola percentuale di atomi di alluminio è sostituita da atomi di cromo. Gli atomi di cromo sono quelli responsabili dell'effetto laser. Gli atomi vengono eccitati con intensi lampi di luce di lunghezza d'onda 550nm, che corrisponde ad un'energia del fotone di 2.2eV. Questo processo è chiamato pompaggio ottico. Nel laser elio-neon il mezzo attivo è un gas, precisamente una miscela al 15% di elio e 85% di neon. Gli atomi vengono eccitati applicando un'alta tensione al tubo in modo da provocare una scarica elettrica nel gas.

Altri tipi di laser sono quelli chimici (dove l'immissione di energia avviene per reazione chimica di gas fortemente reattivi), i laser a colorante (la cui frequenza di emissione è regolabile) i laser a gas CO_2 (capaci di fornire elevate potenze negli infrarossi), i laser allo stato solido a terre rare (come il potentissimo laser Nd:Yag, un granato sintetico di ittrio e alluminio con impurità di neodimio), infine

il laser a giunzione pn , nel quale si ha una transizione tra il livello più basso della banda di conduzione e il livello superiore della banda di valenza di un semiconduttore.

L'eccitazione degli atomi in un laser può avvenire con continuità o ad impulsi. Nei laser a impulsi gli atomi vengono eccitati con periodiche immissioni di energia. La moltiplicazione di fotoni prosegue fino a quando gli atomi non sono stimolati a decadere verso lo stato fondamentale, e il processo si ripete a ogni impulso. In un laser continuo l'energia viene immessa con continuità, di modo che, mentre gli atomi sono stimolati a decadere al livello fondamentale, essi vengono anche immediatamente eccitati al livello superiore fornendo quindi in uscita un fascio laser continuo.

Il laser naturalmente non è una sorgente di energia. Richiede che gli venga immessa energia ed esso converte una parte dell'energia immessa emettendo un fascio intenso sottile. La caratteristica unica della luce fornita da un laser è, come già detto, la coerenza e la collimazione del suo fascio costituito da una sola frequenza (o alcune frequenze distinte).

1.3. Principi dell'altimetria laser

L'altimetria [3] è una tecnica che consente di determinare la distanza di un oggetto da un osservatore misurando il tempo di andata e ritorno di un'onda elettromagnetica. Il segnale inviato può essere emesso nelle microonde, nel qual caso parliamo di radar altimetro, o emesso nel visibile-infrarosso, nel qual caso parliamo di laser altimetro.

Tipicamente, i metodi impiegati per la misura di distanza che usano il laser quale sorgente di radiazione sono due: la misura del tempo di volo del fascio e la misura delle frange di interferenza. In entrambi i casi, la risoluzione sulla misura di distanza è limitata dalla velocità della modulazione del fascio laser. I laser altimetri a tempo di volo, che si basano sulla velocità di propagazione delle onde elettromagnetiche e sulla rilevazione diretta, possono a loro volta essere divisi in due classi: quelli a onda continua modulata e quelli impulsati. I laser ad onda continua tipicamente impiegano laser He-Ne come sorgente e segnale viene modulato in ampiezza da un modulatore elettronico. La misura di distanza è ottenuta determinando lo sfasamento tra il segnale di ritorno e quello trasmesso, ossia il segnale di riferimento. L'accuratezza è invece ottenuta applicando una modulazione di frequenza al segnale di riferimento cosicché variazioni di fase dovute a variazioni di distanza costituiscono una percentuale apprezzabile del periodo di modulazione in frequenza. I laser impulsati sono generalmente impiegati quando si richiedono

accuratezze nella stima della distanza dell'ordine del metro, come per molte applicazioni militari e di telerilevamento da satellite.

La tecnica ad impulsi presenta un grande vantaggio rispetto a quella ad onda continua, che quindi la rende maggiormente attraente, legata alla semplicità nella misura della distanza: questa è difatti ottenuta dalla misura del tempo di propagazione di un impulso luminoso dalla sorgente al bersaglio e ritorno. L'accuratezza di misura è limitata fondamentalmente dall'ampiezza del fascio laser e dalla precisione temporale –frequenza di campionamento– dell'elettronica dell'altimetro. La risoluzione orizzontale è invece funzione della dimensione del *footprint* a terra del fascio laser (che dipende dalla divergenza del fascio e dalla quota della piattaforma che ospita l'altimetro) e dalla spaziatura a terra fra due successivi impulsi (che dipende dalla frequenza di ripetizione del laser e dalla velocità della piattaforma). La potenza media di un sistema ad impulsi è tipicamente bassa, poiché la capacità di generare impulsi molto corti consente di avere un duty cycle basso.

Rispetto ai radar altimetri, i laser altimetri offrono il grande vantaggio di presentare un *footprint* a terra molto più piccolo, tipicamente qualche metro da distanze orbitali di qualche centinaia di chilometri.

E importante notare che i radar hanno un footprint che è limitato dall'impulso (*pulse-limited*) a causa della curvatura del fronte d'onda e della lunghezza dell'impulso, mentre i laser altimetri hanno un *footprint* che è limitato dal fascio (*beam-limited*).

Nella figura 1.3.1 viene schematizzato un confronto fra il laser altimetro ed il radar altimetro.

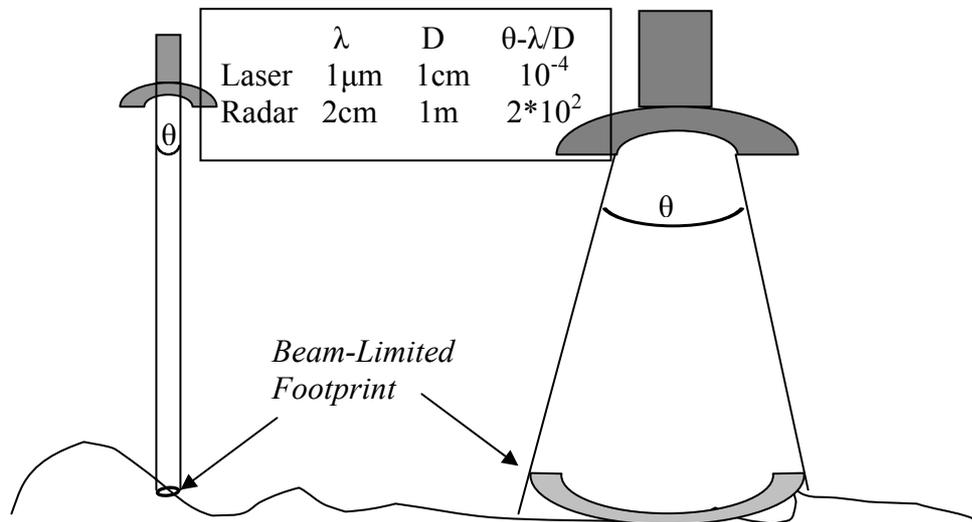


Figura 1.3.1: Confronto tra altimetria laser e l'altimetria radar (λ è la lunghezza d'onda della radiazione emessa, D è il diametro del telescopio antenna ricevente)

Va evidenziato che nello scenario in cui si opererà con il laser altimetro, ambiente Mercuriano, non si incontreranno i molti svantaggi che ha un laser altimetro in ambienti terrestri a causa della presenza dell'atmosfera: quest'ultima attenua il segnale laser per assorbimento e scattering molecolare.

A conclusione va sottolineato che l'altimetria laser ha visto i suoi esordi proprio in missioni spaziali. Un laser altimetro è stato difatti incluso negli strumenti delle missioni Apollo e nel Modulo di Servizio

nell'orbita lunare nei primi anni '70. Da allora progressi significativi sono stati registrati nell'ambito delle applicazioni di altimetria laser d'aereo per misure topografiche della superficie terrestre, profondità delle acque costiere, distribuzione dei ghiacci, forme dei vulcani, altezza delle onde oceaniche. Esperienze queste che permetteranno di ottenere ottimi risultati anche in uno scenario come quello che affronterà la missione Bepi-Colombo. Inoltre dati gli importanti progressi registrati nel campo della tecnologia laser a stato solido e nell'elettronica ultraveloce, oggi sembra possibile costruire laser altimetri di dimensioni, peso e consumo di potenza molto più contenuti rispetto al passato e con prestazioni migliori.

1.4. Specifiche dell'altimetro della missione Bepi-Colombo

In tabella 1.4.1 vengono indicate le specifiche preliminari del laser altimetro della missione Bepi-Colombo, che dato lo stato di sviluppo della missione, rappresenta una ipotesi di funzionalità.

Nella tabella 1.4.1 sono indicate le specifiche del laser ipotizzato è [4]:

| <i>Caratteristiche Orbitali</i> | <i>Valore</i> |
|----------------------------------|---|
| <i>Altitudine operativa</i> | <i>Circa 1000 Km</i> |
| <i>Albedo tollerabile</i> | <i>0.04 – 0.36 Valore medio 0.14</i> |
| <i>Parametri di trasmissione</i> | <i>Valore</i> |
| <i>Lunghezza d'onda laser</i> | <i>1064 nm</i> |
| <i>Energia utile</i> | <i>circa 300mW</i> |
| <i>Durata pulsazione Laser</i> | <i>10 – 30 ns</i> |
| <i>Ripetizione di pulsazione</i> | <i>15 – 60 nm</i> |
| <i>Divergenza Beam</i> | <i>< 50μrad (alta risoluzione spaziale) >200μrad (bassa risoluzione spaziale)</i> |
| <i>Parametri di ricezione</i> | <i>Valore</i> |
| <i>Apertura telescopio</i> | <i>25 cm</i> |
| <i>Campo di vista</i> | <i>600 μrad</i> |
| <i>Distanza d'utilizzo</i> | <i>315 m</i> |
| <i>Probabilità di copertura</i> | <i>>90%</i> |
| <i>Probabilità falso allarme</i> | <i>10⁻⁴</i> |
| <i>Parametri generali</i> | |
| <i>Peso</i> | <i>Circa 10 Kg</i> |
| <i>Potenza assorbita</i> | <i><20W</i> |

Tabella1.4.1:Specifiche preliminari del laser altimetro per la missione Bepi-Colombo [4]

Cap. 2. La missione Bepi-Colombo valutazioni di copertura

2.1. Condizioni di telerilevamento

In questo capitolo ci occuperemo del Tele Rilevamento di Mercurio. L'obiettivo è la stima della superficie effettivamente rilevabile con la missione interplanetaria Bepi-Colombo, che vede tra le sue finalità anche lo studio delle caratteristiche morfologiche del pianeta, mediante l'utilizzo di un sistema laser altimetro (L.A.). A partire dall'orbita nominale dello spacecraft (S/C), si valuteranno ad ogni passaggio orbitale la zona coperta intesa come latitudini rilevabili, e la distanza tra grounds tracks (G.T.) di passaggi successivi nel tempo. Considerando poi i fattori orbitali (anomalia del pericentro in questa fase) che influenzano l'operatività del sistema laser, si individuerà come questa evolve nel tempo, così da poter avere indicazioni su modifiche all'orbita nominale per una migliore copertura del pianeta. Per le orbite nominali dello S/C e di Mercurio si considereranno i valori riportati in tabella 2-1 [5]:

| <u>Orbita Polare-S/C</u> | <u>Mercurio</u> |
|--|---|
| <i>Semiassse maggiore : <u>3394 Km</u></i> | <i>Semiassse maggiore (10^6 km) : <u>57.91</u></i> |
| <i>Eccentricità : <u>0.16323</u></i> | <i>Eccentricità : <u>0.2056</u></i> |
| <i>Inclinazione : <u>90°</u></i> | <i>Inclinazione sull'eclittica : <u>7°</u></i> |
| <i>Periodo Orbitale : <u>2.325 h</u></i> | <i>Periodo Orbitale : <u>87.969 gg.</u></i> |
| <i>Velox Orbitale: _____</i> | <i>Velox Orbitale : <u>47.89 Km/s</u></i> |
| <i>Anomalia Nodo Ascendente : <u>215°</u></i> | <i>Anomalia Nodo Ascendente: <u>48.33°</u></i> |
| <i>Argomento del Pericentro : <u>155°</u></i> | <i>Periodo rotazione propria: <u>58.56 gg.</u></i> |
| <i>Distanze orbitali : <u>400 – 1500 Km</u></i> | <i>Distanza dal Sole(10^6 km) : <u>46–69.82</u></i> |

Tab.2-1: Valori dei parametri orbitali caratteristici dello S/C della missione Bepi Colombo e di Mercurio [5]

Le fasi che si seguiranno nello studio che segue sono le seguenti:

- 1)** Valutazione della ripetitività dell'orbita e calcolo delle distanze tra G.T. di passaggi orbitali consecutivi nel tempo, nonché di passaggi orbitali distanziati nel tempo ma successivi nello spazio.
- 2)** Valutazione della utilizzabilità del sistema L.A. ovvero delle latitudini rilevabili con le condizioni operative imposte.
- 3)** Valutazione delle condizioni di illuminazione critiche per il L.A. con indicazione per ogni passaggio orbitale della direzione relativa L.A.-Sole.
- 4)** Valutazione della copertura ottenibile con le condizioni nominali dell'orbita e critiche per il sistema laser (tipo stress termico).
- 5)** Compilazione di tabelle riepilogative ed esplicative dell'intero studio con considerazioni sui parametri discriminanti per il calcolo della copertura.

1.2 Ipotesi dell'orbita nominale dello S/C

L'orbita che si considera nello studio che segue è assegnata dall'ente preposto alla realizzazione della missione e sarà polare.

Le motivazioni di avere un'orbita polare sono nelle finalità scientifiche della missione stessa, che prevede tra i suoi studi oltre che morfologici, anche quelli di altri aspetti fisici del pianeta quali ad esempio la valutazione del dipolo magnetico e gli effetti relativistici dovuti alla vicinanza al Sole.

Per lo S/C consideriamo allora un'orbita polare (MPO), ipotizzando in questa parte dello studio, che sia perturbata solo dall'effetto gravitazionale dovuto alla ***Seconda Armonica Zonale-J₂***[6]. La perturbazione ipotizzata ha un ordine di grandezza che si può valutare considerando il suo valore rapportato a quello per la terra. Risulta per J₂ che per Mercurio vale $60 \cdot 10^{-6}$ mentre per la Terra è di $1082.63 \cdot 10^{-6}$ con un rapporto per le due condizioni di 0.055. Con la perturbazione di J₂, si possono ritenere costanti i parametri dell'orbita a meno del pericentro soggetto ad una precessione.

La scelta di avere come unica perturbazione J₂ è motivata dallo studio che si affronta in questo capitolo, ossia la stima della copertura ottenibile, infatti il parametro orbitale che maggiormente influenza i risultati di T.R. è proprio il pericentro che con la sua variazione può modificare l'intervallo di copertura della superficie Mercuriana. Un incremento della latitudine del pericentro, causa la riduzione o addirittura la perdita dell'operatività dell'altimetro nell'emisfero in cui

ricade l'apocentro, che ha una quota non funzionale, vista l'orbita ipotizzata per questa missione e le caratteristiche operative del sistema laser.

Gli altri parametri orbitali quali eccentricità, semiasse maggiore ed inclinazione vedono la loro variazione dovuta a perturbazioni che in questo scenario sono trascurabili, come ad esempio la resistenza aerodinamica, ed inoltre hanno anche variazioni di ordine inferiore rispetto al pericentro.

Per questi disturbi gli ordini di grandezza, saranno valutati ed esplicitati nel capitolo terzo dedicato allo studio dell'orbita dello S/C.

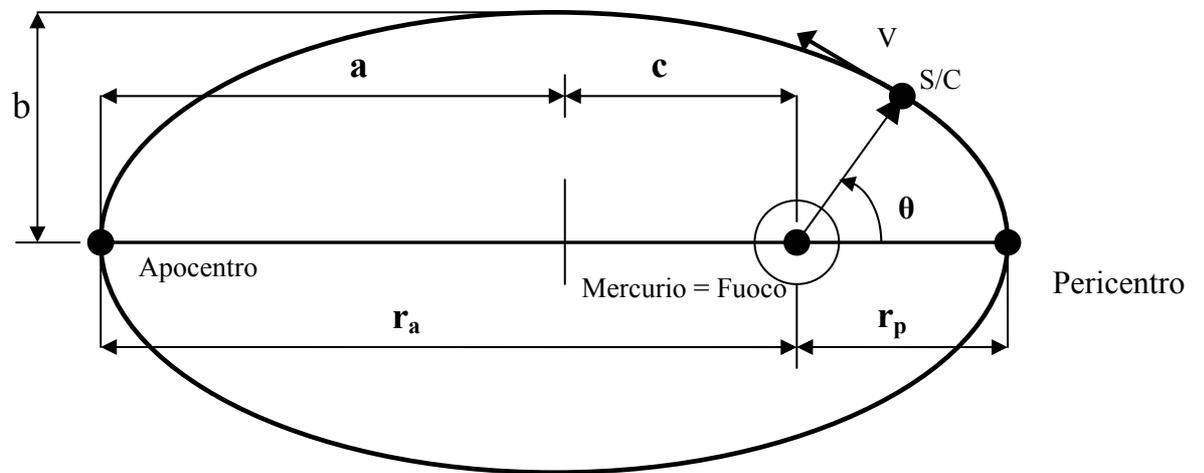
Per l'ipotesi fatta sulla perturbazione orbitale, si avrà una variazione angolare del pericentro che a fine missione raggiunge i $31,82^\circ$ [6], inoltre considerando tale effetto uniforme nel tempo, si assumerà una variazione angolare giornaliera media di $0,0872^\circ$.

Per lo studio dell'orbita si utilizzerà l'equazione [7]:

$$r(\theta) = \frac{p}{1 + e \cos(\theta)} \quad (2.1-1)$$

L'equazione (2.1-1) rappresenta la condizione ideale Kepleriana, che in questo caso, varierà in modo uniforme l'anomalia del suo pericentro.

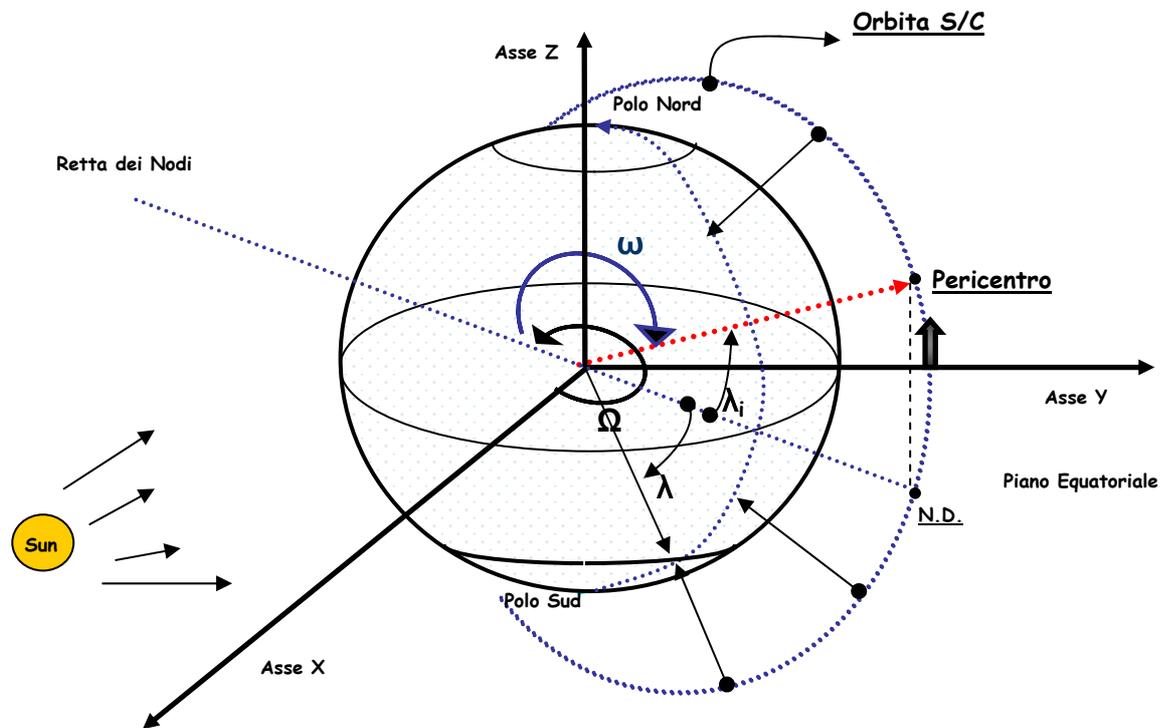
In figura (2.1-1) è riportata una descrizione dell'orbita in rappresentazione piana, mentre in figura (2.1-2) si riporta la configurazione dell'orbita con l'indicazione dei parametri orbitali.



- a = "Semiassse maggiore"
- b = "Semiassse minore"
- e = eccentricità = $a / c = (r_a - r_p) / (r_a + r_p)$
- $p = (1 - e^2) * a$
- r_p = Pericentro
- r_a = Apocentro
- v = velocità tangenziale dello S/C
- θ = anomalia del raggio vettore

Fig.2.1-1: Descrizione dell'orbita-Rappresentazione piana-

Mercurio-Orbita S/C



- N.D. = Nodo Discendente
- ω = Anomalia del Pericentro
- Ω = Anomalia del N.A.
- λ_i = Latitudine iniziale del Pericentro

Fig.2.1-2: Configurazione dell'orbita-Indicazione dei parametri Orbitali

2.2.1. Sistemi di Riferimento

In questo paragrafo si daranno indicazioni sui sistemi di riferimento per rappresentare i parametri caratteristici per l'orbita di T.R. della missione, indicando anche quali sono le condizioni iniziali.

I sistemi di riferimento che si utilizzeranno, saranno due: uno **orbitale** (per il satellite) ed uno **inerziale** (centrato in Mercurio).

Per il sistema di riferimento orbitale, che sarà solidale allo S/C, si sceglieranno come direzioni per i tre assi: il vettore posizione del satellite (che sarà coincidente con il puntamento del L.A. ipotizzato nadirale), la direzione nel piano dell'orbita ortogonale al vettore posizione ed infine la direzione tale da formare con le altre due una terna levogira.

Per il sistema di riferimento inerziale si sceglieranno invece tale direzioni di riferimento: l'asse polare del pianeta, la direzione nel piano equatoriale coincidente con il meridiano zero di Mercurio all'atto dell'inserzione in orbita e la terza tale da formare con le altre due una terna levogira.

Va specificato per la seconda direzione scelta, che il meridiano "zero" su Mercurio coincide per convenzione, con il punto *subsolare* del primo passaggio al perielio successivo al 1 gennaio 1950. Con questa scelta, e grazie alla risonanza 3/2 fra rotazione e periodo orbitale, durante i passaggi al perielio (a sole 0.308 UA dal Sole), il punto subsolare cade sull'equatore del pianeta alternativamente a 0° e a 180° di longitudine.

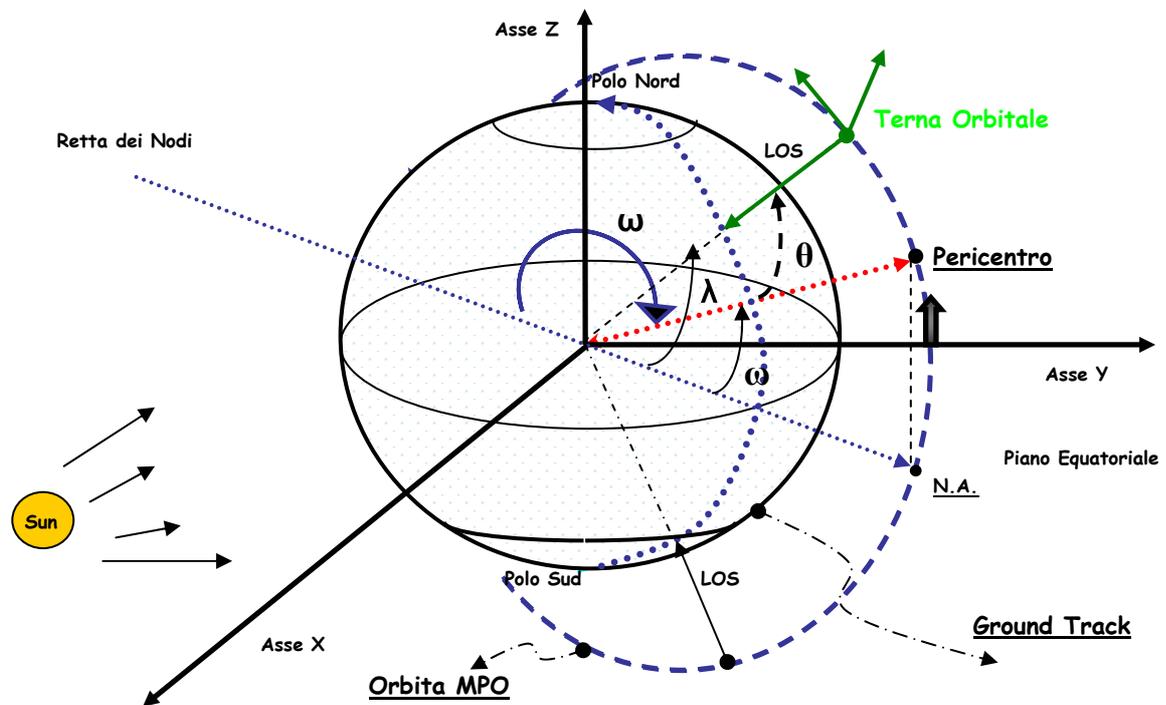
Il passaggio da una terna all'altra lo si considererà con una matrice di rotazione M_0 [8], che avrà come coseni direttori quelli legati al vettore posizione ed al piano orbitale dello S/C.

All'immissione in orbita del satellite, Mercurio ipotizziamo sia ad un'anomalia di 240° sulla sua orbita intorno al Sole, ipotesi questa utile per l'inversione relativa tra apocentro e pericentro rispetto al Sole che avviene ogni 120° circa.

Infine per la valutazione della line-of-side (LOS) si ipotizzerà di avere il L.A. nel centro di massa dello S/C con puntamento nadirale, così da avere che per ogni posizione sull'orbita la LOS sia proprio coincidente con il vettore posizione dello S/C.

L'ipotesi fatta sul puntamento, permette di avere immediatamente la latitudine coperta a partire dall'anomalia del vettore posizione, che risulterà essere nota.

In figura (2.2-1) sono rappresentati i sistemi di riferimento descritti.



- ω = Anomalia del Pericentro
- λ = Latitudine dei punti sulla G.T.
- θ = Anomalia del raggio vettore

Fig.2.2-1:Terne di Riferimento e Condizione di Puntamento (direz. LOS \cong Raggio Vett.)

2.3. Ripetitività dell'orbita-Calcolo distanze di G.T.

In questo paragrafo si affronterà nello specifico lo studio dell'orbita di T.R., valutandone tutti i parametri caratteristici: Fattore di ripetitività, Inter-Track-Distance, Shift-Number e distanza tra G.T..

Analizzando uno per volta i fattori elencati, cominciamo con il fattore di ripetitività, che per un'orbita dedicata al T.R. , dà indicazione sulla possibilità che dopo un certo intervallo di tempo, espresso in numero di orbite, si ripassi per la stessa posizione. Il fattore di ripetitività si esprime come rapporto tra il periodo di rotazione propria del pianeta ($T_{Mercurio} = 2\pi / \dot{\Omega}$) ed il periodo del satellite ($T_{S/C} = 2\pi / \dot{M}$) quindi si ha[9]:

$$Q = \frac{\dot{M}}{\dot{\Omega}} = \frac{2\pi / \dot{\Omega}}{2\pi / \dot{M}} \quad (2.3-1)$$

$$T_{Mercurio} = 58.56 \text{ gg.}; \quad T_{S/C} = 2.32 \text{ h};$$

risulta nello specifico

$$Q = 605,7931 = 17658 / 29; \quad (2.3-2)$$

Il valore ricavato indica che l'orbita è ripetitiva: infatti Q (≈ 605) è ottenibile come rapporto di numeri interi, che per una proprietà delle orbite di T.R., implica la ripetitività [9].

In questo caso risulta che il satellite ripasserebbe per la stessa posizione dopo 17658 passaggi dello S/C e 29 rotazioni complete di Mercurio su se stesso.

E importante osservare, che la ripetitività la si ottiene con un numero di orbite effettive, per la missione, che eguagli o superi il numeratore del fattore di ripetitività.

Dalla valutazione del fattore di ripetitività, considerando che il rapporto che dà il valore Q è ottenuto con numeri che hanno parità diversa, si ricava un'altra come caratteristica importante, da una proprietà delle orbite ripetitive, che dice che ogni fase discendente sarà a metà tra due fasi ascendenti [9], fatto questo ottimale per aumentare la risoluzione.

Nel valutare la ripetitività si deve però considerare che la missione in esame, ha una vita operativa che è di un anno terrestre [8], quindi lo S/C effettuerà solo 3775 passaggi e non sarà possibile ottenere la ripetitività dell'orbita.

Nelle condizioni di ripetitività risulterebbe che le G.T., (consecutive nello spazio ma non nel tempo) di ogni fase dello S/C, avrebbero una distanza che è detta Inter Track Distance (ITD) e che in questo caso risulta essere di 0.872 Km (all'equatore), valore questo ottenuto dal rapporto della lunghezza del parallelo all'equatore ed in numero di orbite ottenibili in caso di ripetitività, che ricordiamo essere il numeratore di Q .

Per la nostra missione (vista la limitata vita operativa) non sarà possibile ottenere la ITD per tutte le G.T. ma solo per particolari intervalli, come si vedrà quando si tratterà più avanti in questo paragrafo, il calcolo delle distanze tra le G.T..

Continuando nella valutazione dei fattori di T.R., altro parametro d'interesse è lo Shift Number (S.N.) [9], fattore che indica l'intervallo temporale tra G.T. che si seguono nello spazio e separate nel tempo da una rotazione completa dell'equatore da parte dello S/C.

Lo S.N., per questa missione risulta essere 606 ed indica quindi che dopo 606 passaggi a partire da un'orbita i-ma, ci si ritrova su un punto dell'equatore prossimo a quello individuato proprio dall'orbita i-ma, ovvero lo S/C ha compiuto una rotazione completa dell'equatore.

A conclusione della valutazione dei fattori di T.R., si considera la distanza tra le G.T. riferite a passaggi orbitali diversi, così da poter avere indicazioni circa la risoluzione di copertura del pianeta.

Le distanze tra G.T. che hanno interesse, visto che tutte le altre distanze ottenibili sono comunque multipli di queste, sono quelle di seguito riportate:

- $\mathbf{d}_{i,j}$: Distanza tra G.T. consecutive nel tempo ;
- $\mathbf{d}_{i,k}$: Distanza tra G.T. separate da una rotazione completa all'equatore;
- $\mathbf{d}_{i,z}$: Distanza tra G.T. separate dalla ITD.

Al pedice si indicano i valori delle orbite che danno le G.T..

➤ **La distanza $d_{i,j}$** tra due G.T. consecutive, la otteniamo considerando che nel tempo sono separate da un intervallo angolare $\alpha_{i,j}$ dato dalla rotazione che il pianeta compie nel periodo dello S/C. Nella ipotesi in cui la rotazione propria di Mercurio sia uniforme, si avrà:

$$\dot{\Omega}_{\text{Mercurio}} = 2\pi / T_{\text{Mercurio}} ;$$

da cui

$$\alpha_{i,j} = \dot{\Omega}_{\text{Mercurio}} * T_{\text{S/C}} = 0.5942^\circ \quad (2.3-2)$$

con

$T_{\text{S/C}}$ = periodo dell'orbita dello S/C;

T_{Mercurio} = periodo della rotazione propria di Mercurio;

$\dot{\Omega}$ = velocità angolare di rotazione propria di Mercurio;

All'equatore di Mercurio risulterà:

$$d_{i,j} = 2\pi * R_{\text{eq.}} * \alpha_{i,j} \quad (2.3-3)$$

$$d_{i,j} = 25,29 \text{ Km.} \quad (j=i+1)$$

➤ **La distanza $d_{i,k}$** tra G.T. separate da un intervallo, che è lo S.N. e che sono prossime tra loro all'equatore sarà legata al tempo necessario $t_{i,k}$ a compiere 606 passaggi orbitali cioè:

$$t_{i,k} = 606 * T_{\text{S/C}} = 58,58 \text{ gg.} ; \quad (2.3-4)$$

dove

$T_{\text{S/C}}$ = periodo dell'orbita dello S/C;

Considerando quindi la $\dot{\Omega}_{\text{Mercurio}}$, la distanza angolare $\alpha_{i,k}$ tra le G.T. è:

$$\alpha_{i,k} = \Omega_{\text{Mercurio}} * t_{i,k} - 2\pi = 0,122^\circ$$

cui corrisponde una distanza, utilizzando ancora la relazione (2.3-3)

$$d_{i,k} = 5,23 \text{ Km.} \quad (k=i+605) \quad (2.3-5)$$

➤ Infine per le G.T. alla ITD il problema è inverso conosciamo la distanza tra le due G.T. e ricaviamo quali sono le orbite che verificano la condizione. In questo caso dobbiamo trovare il legame temporale tra “z” ed “i” (orbite).

Le orbite le possiamo ricavare, considerando che:

$$d_{i,z} = 0,873 \text{ Km} \quad (2.3-6)$$

Partendo dal valore espresso dalla relazione (2.3-6) si ricava $\alpha_{i,z}$ ovvero $t_{i,z}$ e quindi il valore di “z” rispetto a “i”.

Risulta applicando la (2.3-3) in modo inverso:

$$\alpha_{i,z} = 0,02051^\circ ;$$

Per ricavare $t_{i,z}$ calcoliamo il numero di rotazioni dell’equatore necessarie per ottenere $\alpha_{i,z}$, queste si otterranno considerando l’eguaglianza:

$$\alpha_{i,j} + \alpha_{i,z} = N * \alpha_{i,k} \Rightarrow N = 5$$

dove:

N = numero di coperture complete all’equatore

Dal valore trovato per **N**, considerando che una copertura completa all’equatore avviene dopo 606 passaggi, ricaviamo che il tempo che

separa due orbite che hanno G.T. alla **ITD** è quello necessario a compiere 3029 passaggi ovvero applicando la relazione (2.3-4)

$$t_{i,z} = 292,80 \text{ gg.}$$

Da quanto visto si ricava che, avendo per la missione solo la possibilità di compiere 3775 passaggi non ci sarà, come già anticipato, la possibilità di ottenere per tutte le orbite una distanza tra le G.T. che sia la ITD, ma solo per le orbite dalla 1 alla 745, ovvero quelle per le quali è possibile applicare la relazione (3029+i).

La tabella (2.3-1) riepiloga lo studio effettuato in questo paragrafo, indicando gli intervalli orbitali che verificano le distanze tra G.T. calcolate con indicazione delle orbite che danno le G.T. a quella distanza ed inoltre la separazione temporale tra le stesse.

| <u><i>Orbite (Intervallo)</i></u> | <u><i>Distanza G.T.</i></u> | <u><i>Separazione Orbitale</i></u> | <u><i>Separazione Temporale</i></u> |
|---------------------------------------|-----------------------------|------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 ÷ 745 | 0,86 Km | Dopo 3029 passaggi | 292.80 gg. |
| 1 ÷ 3169 | 5,23 Km | Dopo 606 passaggi | 58.58 gg. |
| 1 ÷ 3774 | 25,29 Km | Dopo 1 passaggio | 2.32 h. |

Tabella 2.3-1: Intervalli orbitali aventi le stesse distanze tra G.T. con indicazione della separazione temporale tra le orbite cui corrispondono le G.T.

I valori riepilogati in tabella (2.3-1) sono rappresentati graficamente nello schema in figura (2.3-1).

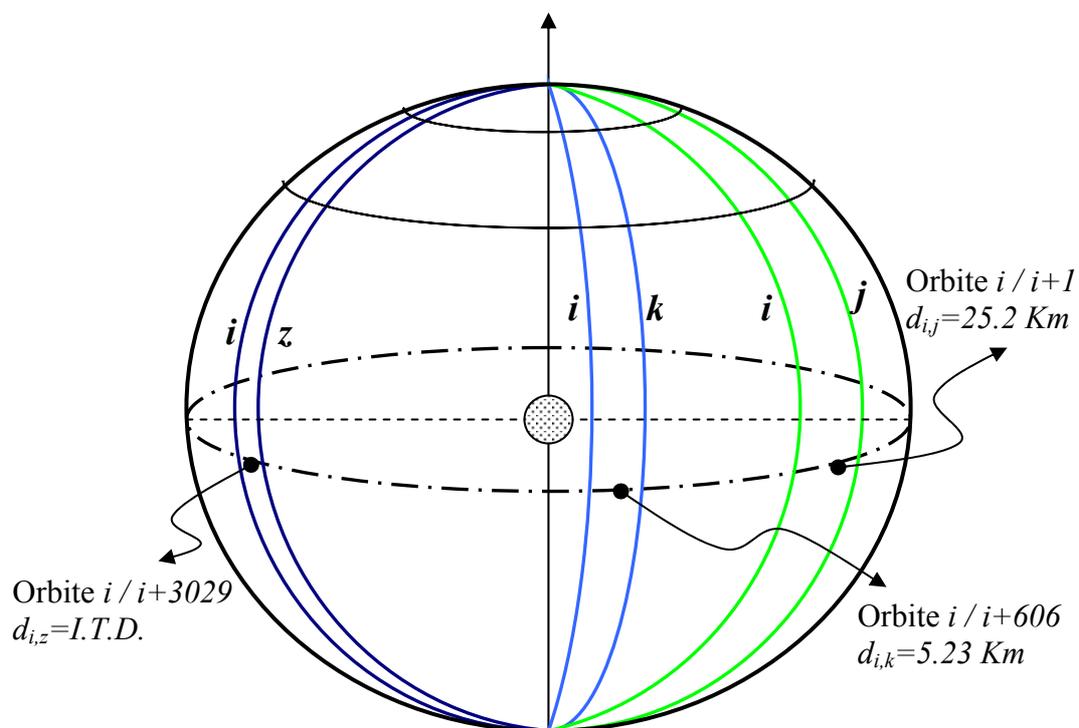


Fig.2.3-1: Distanze tra G.T. separate da diversi intervalli orbitali [7].
 1 orbita (coppia i-j); 606 orbite (coppia i-k); 3029 orbite (coppia i-z).

2.4. Condizioni Operative del Laser Altimetro per Bepi Colombo

2.4.1. Valutazione della fase Ascendente dell'orbita dello S/C

In questo paragrafo partendo dalle restrizioni sulla quota massima di utilizzabilità per il L.A., si valuteranno quali sono le latitudini che si possono coprire nella fase ascendente dell'orbita.

Assumeremo come quota massima di utilizzabilità per il L.A. due valori che sono 1000 Km. e 1100 Km., e verificheremo quale variazione si otterrà sull'intervallo di copertura.

L'ipotesi sulla quota di operatività del L.A. è fatta considerando che l'orbita dello S/C è tale da avere come quote per apocentro e pericentro rispettivamente 400 Km e 1500 Km , si assume quindi di avere uno strumento che operi almeno alla quota media di questi valori, che considerando l'evoluzione tecnologica e vista la condizione attuale, non è inverosimile.

Considerando che l'orbita è descritta dall'equazione (2.1-1) e considerando gli angoli θ (rappresentativi dell'anomalia del vettore posizione) misurati nello stesso riferimento della latitudine, possiamo fissato il valore della quota operativa limite, ricavare il valore di θ relativo a quell'altitudine e quindi il relativo valore della latitudine.

Considerando l'equazione (2.1-1) si ha:

$$\mathbf{r}_{1000}(\theta) = \mathbf{h}_{S/C} + \mathbf{R}_{Eq.} = 1000 \text{ Km} + 2439 \text{ Km} = 3439 \text{ Km} \quad (2.4.1-1)$$

$$\mathbf{r}_{1100}(\theta) = \mathbf{h}_{S/C} + \mathbf{R}_{Eq.} = 1100 \text{ Km} + 2439 \text{ Km} = 3539 \text{ Km} \quad (2.4.1-1)$$

dove

$h_{S/C}$ = quota dello S/C operativa per il L.A. = 1000-1100 Km

$R_{Eq.}$ = raggio equatoriale di Mercurio

da cui si ricava che:

$$\theta_{1000} = 278.127^\circ \quad \Rightarrow \quad \lambda_{1000} = - 81.873^\circ \quad (2.4.1-2)$$

$$\theta_{1100} = 267.949^\circ \quad \Rightarrow \quad \lambda_{1100} = - 92.051^\circ \quad (2.4.1-2)$$

dove

θ_{1000} = anomalia raggio vettore a quota 1000 Km in fase ascendente

θ_{1100} = anomalia raggio vettore a quota 1100 Km in fase ascendente

λ_{1000} = latitudine individuata dal L.A. a 1000 Km in fase ascendente

λ_{1100} = latitudine individuata dal L.A. a 1100 Km in fase ascendente

Considerando che questi valori sono condizionati fortemente dall'anomalia del pericentro, possiamo compilare una tabella dove vengono elencate le latitudini iniziali e finali operative per il L.A. riferite a condizioni diverse del pericentro. Prima della tabella giova precisare in che modo questa è ottenuta.

Per la latitudine i valori iniziale e finale, sono indicativi dell'inizio operatività del L.A. ad inizio e fine missione, e differiscono tra loro per la rotazione che il pericentro ha avuto a causa della precessione dovuta a J_2 , inoltre le latitudini indicate nelle relazioni (2.4.1-2) sono state ricavate per valori dell'anomalia del pericentro di 158° , che corrisponde ad una latitudine iniziale dello stesso di 22° .

Considerando anomalie (quindi latitudini) iniziali diverse per il pericentro, in un intervallo di 15° a partire da 150° , otteniamo i diversi

valori per le latitudini iniziali e finali di operatività ed inoltre otteniamo le percentuali di copertura riferite alla condizione iniziale della fase ascendente.

Questi valori sono riportati in tabella 2.4.1-1 e sono ricavati dalle relazioni (2.4.1-1) ,(2.4.1-2):

| $\omega_{Iniz.}$ | $\lambda_{Peric.}$ | $\lambda_{Op.Ini.}$ | $\lambda_{Op.Fin.}$ | $\lambda_{Op.Ini.}$ | $\lambda_{Op.Fin.}$ | % Cop. F.asc. 1000/1100 Km |
|------------------|--------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|----------------------------------|
| | | H=1000 Km | | H=1100 Km | | |
| 150° | 30° | -73,96 | -42,14 | -84,05 | -52,23 | 91% - 97% |
| 155° | 25° | -78,96 | -47,14 | -89,05 | -57,23 | 94% - 99% |
| 160° | 20° | -83,96 | -52,14 | -94,05 | -62,23 | 97% - 100% |
| 165° | 15° | -88,96 | -57,14 | -94,05 | -67,23 | 99% - 100% |

Tabella 2.4.1-1: Condizioni di inizio operatività al variare di ω_i valutata ad inizio e fine missione per diverse quote limite di utilizzabilità del L.A. con valutazione della copertura ottenuta in termini di latitudini ad inizio missione.

2.4.2. Valutazione della fase Discendente dell'orbita dello S/C

In questo paragrafo diamo una valutazione per la fase discendente, ricavando i valori dei parametri di T.R..

In questa fase assumono un'importanza particolare, le distanze tra G.T. valutate rispetto quelle della fase ascendente.

Nella fase discendente ci si trova ad avere come quota di riferimento quella dell'apocentro che è di 1500 Km, molto lontana dalla operatività dello strumento (assunta tra i 1000-1100 Km) e quindi tale da dare una limitata copertura.

Questa fase ha però interesse particolare, in quanto per le parti di orbita sfruttabili, possiamo ritrovare la condizione ottimale che vede la fase discendente a metà tra due fasi ascendenti (ovviamente nello spazio), potendo così ottenere una distanza tra G.T. che risulta essere, per un certo intervallo di passaggi e di latitudini, la ITD/2.

Come primo passo si considera la distanza che separa la fase ascendente da quella discendente di un'orbita riferita all'equatore, questa la si può calcolare considerando un angolo di separazione che è 180° (metà orbita dello S/C) più la rotazione che Mercurio compie per il moto proprio, nel tempo pari al semiperiodo dello S/C, ovvero:

$$\alpha_{asc, disc} = (\Omega_{Mercurio} * T_{S/C}/2) + 180^\circ \Rightarrow d_{asc, disc} \cong 7675 \text{ Km} \quad (2.4.2.-1)$$

Dalla distanza calcolata, si ricava a partire dalla distanza tra orbite consecutive, che le fasi discendenti di un'orbita i -ma anticiperanno nello spazio, la fase ascendente dell'orbita j -ma che segue dopo 303 passaggi all'orbita i -ma.

Considerando allora un'orbita di riferimento i -ma e l'orbita j -ma = 303+i si avrà che la distanza tra la fase discendente i -ma e la fase ascendente j -ma sarà $d_{id,j} \approx 10$ Km, calcolata considerando il numero di orbite consecutive all'equatore che danno la distanza $d_{asc, disc}$ calcolata quest'ultima con la formula (2.4.2.-1).

Se si considerano l'insieme di tutte le orbite e non solo l'intervallo consecutivo nel tempo che da una copertura dell'equatore, a partire dalla distanza tra fase ascendente e discendente, possiamo ricavare qual è l'orbita che ha fase ascendente alla distanza ITD/2 rispetto una fase discendente. Tenuto conto allora delle distanze che si hanno tra i passaggi orbitali, ricaviamo che a partire da un'orbita i -ma la sua fase discendente nella condizione migliore sarà al centro di due fasi ascendenti di orbite separate da 1514 passaggi in ritardo e 1514 passaggi in anticipo, e la distanza sarà proprio la ITD/2.

Quanto detto, vista la vita operativa della missione, varrà solo per le fasi ascendenti delle orbite da 1~745 e le fasi discendenti delle orbite da 1514~2260.

Nella tabella 2.4.2-1 che segue si riportano gli intervalli orbitali che verificano le condizioni ottimali trovate, sia per le fasi ascendenti che

discendenti, inoltre si espongono le distanze in termini di passaggi orbitali e temporali rispetto l'orbita che segue o anticipa l'orbita di riferimento, nell'intervallo d'interesse.

| <u><i>Intervallo Orbite</i></u> | <u><i>Distanza</i></u> | <u><i>Nr. Passaggi Orbitali</i></u> | <u><i>Separazione Temporale</i></u> |
|---------------------------------|------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1~745 (Ascendente) | I.T.D./2 | 1514 (<i>in ritardo</i>) | 146,4 gg. |
| 1514~2260 (Discendente) | I.T.D./2 | 1514 (<i>in anticipo</i>) | 146,4 gg. |

Tabella 2.4.2-1: Distanze e separazioni temporali delle orbite che hanno per fasi diverse G.T. a distanza minima

Avendo ora a disposizione i valori per le distanze tra le G.T. ed anche le separazioni temporali si possono schematizzare nella figura 2.4.2-1 le varie condizioni ricavate per le G.T. riferite a passaggi orbitali diversi.

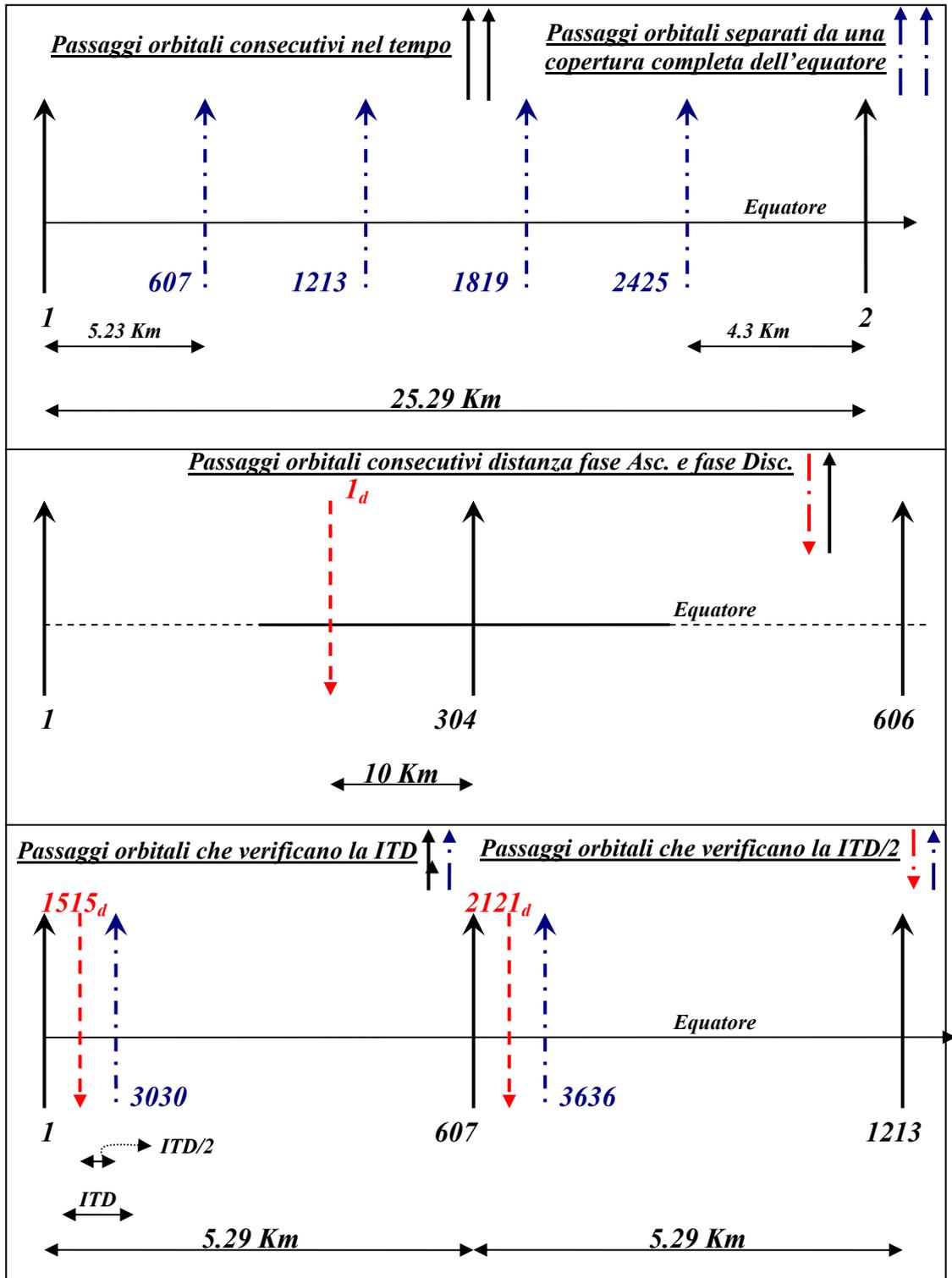


Fig. 2.4.2-1: Distanze tra G.T. che si seguono a distanze ed intervalli temporali diversi

2.4.2.1. Valutazione delle Latitudini coperte dalla fase Discendente

Così come nel paragrafo 2.4.1 valido per la fase ascendente, andiamo a ricavare in questo paragrafo quali sono gli intervalli di copertura, espressi dalle latitudini, ottenibili in fase discendente.

Questa fase è per buona parte lontana dalla operatività, vista la quota dell'apocentro di 1500 Km, e quindi tale da dare una limitata copertura.

Le ipotesi saranno le stesse fatte nel paragrafo (2.4.1) ovvero partendo dall'equazione (2.1-1) e note le quote limite di operatività del L.A., si ricavano i valori delle latitudini a partire dai valori dell'angolo θ (anomalia del raggio vettore orbitale).

I valori dai quali si parte saranno quelli espressi dalle relazioni (2.4.1-1), dai quali si ricava:

$$\theta_{1000} = 103.961^\circ \quad \Rightarrow \quad \lambda_{1000} = 54,039^\circ$$

$$\theta_{1100} = 114.051^\circ \quad \Rightarrow \quad \lambda_{1100} = 43.948^\circ$$

che indicheranno:

θ_{1000} = anomalia raggio vettore a quota 1000 Km in fase discendente

θ_{1100} = anomalia raggio vettore a quota 1100 Km in fase discendente

λ_{1000} = latitudine individuata dal L.A. a 1000 Km in fase discendente

λ_{1100} = latitudine individuata dal L.A. a 1100 Km in fase discendente

Anche in questo caso, così come nel paragrafo (2.4.1), le latitudini su indicate sono state ricavate per valori dell'anomalia del pericentro di 158° cui corrisponde una latitudine iniziale dello stesso di 22°.

Se consideriamo valori iniziali diversi per il pericentro, così come già fatto per la fase ascendente, otteniamo i valori riportati in tabella (2.4.2.1-1) per le latitudini iniziali e finali di operatività:

| $\omega_{Iniz.}$ | λ_{Iniz} | $H=1000 \text{ Km}$ | | $H=1100 \text{ Km}$ | | % Copert. 1000 /1100 Km |
|------------------|------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|----------------------------|
| | | $\lambda_{Op.Ini.}$ | $\lambda_{Op.Fin.}$ | $\lambda_{Op.Ini.}$ | $\lambda_{Op.Fin.}$ | |
| 150° | 30° | 90° | 46,04° | 90° | 35,95° | 24% - 30% |
| 155° | 25° | 90° | 51,04° | 90° | 41,95° | 21% - 27% |
| 160° | 20° | 90° | 56,04° | 90° | 46,95° | 19% - 24% |
| 165° | 15° | 90° | 61,04° | 90° | 51,95° | 16% - 21% |

Tabella 2.4.2.1-1: Copertura della fase discendente per altezze operative diverse al variare di ω_i

2.4.3 Valutazione delle Condizioni di Illuminazione -Orientamento del laser altimetro rispetto al Sole-

In questo paragrafo si studierà la condizione d'illuminazione per la Missione ovvero si individuerà come evolve nel tempo la direzione del sole rispetto lo S/C, valutandone gli effetti sul sistema L.A. [10].

La condizione d'illuminazione istantanea, è fondamentale per valutare le condizioni critiche dovute allo stress termico, che sono tali da inficiare o addirittura danneggiare il L.A., configurato in modo da poter tollerare incidenze entro un certo range. L'incidenza al limite tollerabile dal L.A. definirà un cono (che ha come vertice il L.A.), entro il quale lo strumento non sarà utilizzabile. In figura 2.4.3-1 si schematizza la condizione d'incidenza critica per il L.A., con le direttrici del cono che ne rappresentano le direzioni d'incidenza al limite della tolleranza.

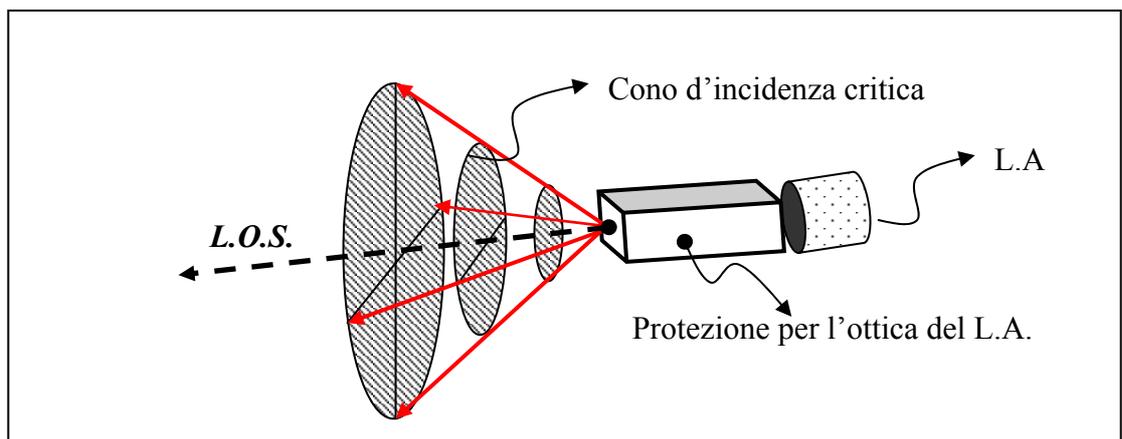


Fig. 2.4.3-1: Schematizzazione del cono d'incidenza critica per il L.A.

Rappresentando la condizione d'illuminazione per l'orbita, con l'angolo che nello svolgimento della missione, si viene a creare tra il piano dell'orbita ed il Sole e considerando l'angolo nel piano orbitale d'incidenza al L.A., si avrà che saranno proprio questi ad imporre limitazioni sull'operatività, infatti quando l'incidenza per il L.A., definita dai due angoli specificati, sarà entro il cono d'incidenza critica, si avrà l'inutilizzabilità del sistema L.A..

Volendo quindi focalizzare l'attenzione sulle condizioni critiche d'illuminazione, si avrà che questa può agire negativamente sul sistema laser in due modi:

- ✓ incidenza diretta del Sole,
- ✓ incidenza indiretta per albedo di Mercurio,

entrambi tali da produrre uno stress termico non tollerato.

A partire dalla condizione iniziale, che è tale da vedere un angolo retto tra piano orbitale dello S/C e direzione del Sole, l'evoluzione nel tempo della condizione d'illuminazione sarà data dalle condizioni di luce ed ombra per apocentro e pericentro e dall'inclinazione del Sole rispetto al L.A..

Nel calcolo dei valori suddetti, la missione può essere schematizzata in tre grandi fasi che si ripetono nel tempo e sono tali da alternare le posizioni relative di apocentro e pericentro rispetto al Sole. La prima fase è quella che vede per buona parte di essa, il pericentro in ombra (entro il cono d'ombra di Mercurio), la seconda invece vede l'invertirsi della posizione tra apocentro e pericentro dopo un

intervallo angolare di circa un terzo dell'orbita di Mercurio e la terza infine vede Mercurio ritornare nella posizione iniziale e ancora invertire le posizioni relative tra apocentro e pericentro. In virtù di quanto detto, si avrà che dopo un'orbita completa di Mercurio il piano orbitale avrà invertito rispetto al sole la posizione relativa tra apocentro e pericentro, questo effetto è dovuto alla risonanza tra i periodi orbitali di Mercurio, cioè quello proprio e quello relativo all'orbita intorno al Sole, che sono tali da avere un rapporto costante che è di $2/3$.

La figura (2.4.3-1) che segue rappresenta una schematizzazione delle fasi descritte indicando i tre intervallo lungo l'orbita di Mercurio.

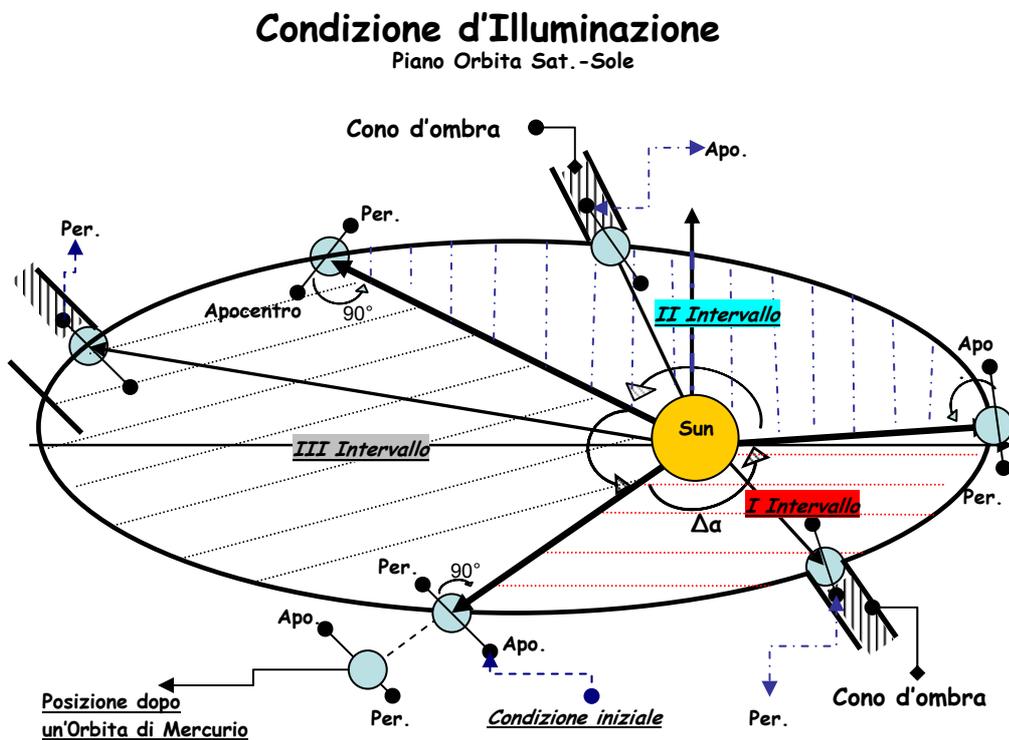


Fig.2.4.3-1: Schematizzazione delle fasi di luce per la missione lungo l'orbita di Mercurio

Per la valutazione dell'angolo di incidenza del Sole rispetto al L.A., si calcoleranno nel piano dell'orbita, dopo aver verificato l'inclinazione del P.O. stesso, i valori delle latitudini critiche, cioè tali da verificare un angolo d'incidenza entro il cono critico per il L.A.. La finalità dello studio sarà quella di individuare per quali orbite e per quali latitudini, nell'evoluzione della missione si ricade in tali intervalli critici, e quando invece si è in una condizione ottimale per l'operatività (entro il cono d'ombra o angolo d'incidenza superiore a quello critico).

Per la valutazione esatta di tali angoli, ci sono però problemi legati alla risoluzione dell'equazione trascendente di Eulero [11], ovvero si ha il problema di legare il tempo con la distanza angolare percorsa lungo l'orbita da Mercurio. In particolare il tempo che interessa è quello che permette di ottenere le condizioni d'ingresso e la permanenza del piano orbitale nel cono d'ombra di Mercurio, per ogni intervallo schematizzato (Fig.2.4.3-1).

I valori degli angoli d'interesse saranno allora calcolati con un **procedimento** che mediante la creazione di un database contenente i valori angolari per unità di tempo ed unità d'area, permetterà di legare per ogni intervallo angolare percorso, il tempo con la posizione del piano dell'orbita.

Il procedimento ottenuto con una routine Matlab, si articola come segue:

1) Si calcola l'orbita di Mercurio specificando il valore del raggio vettore per ogni grado di rotazione intorno al Sole.

Si utilizza l'equazione 2.1.1, considerando il valore del raggio vettore ottenuto ad ogni grado spazzato.

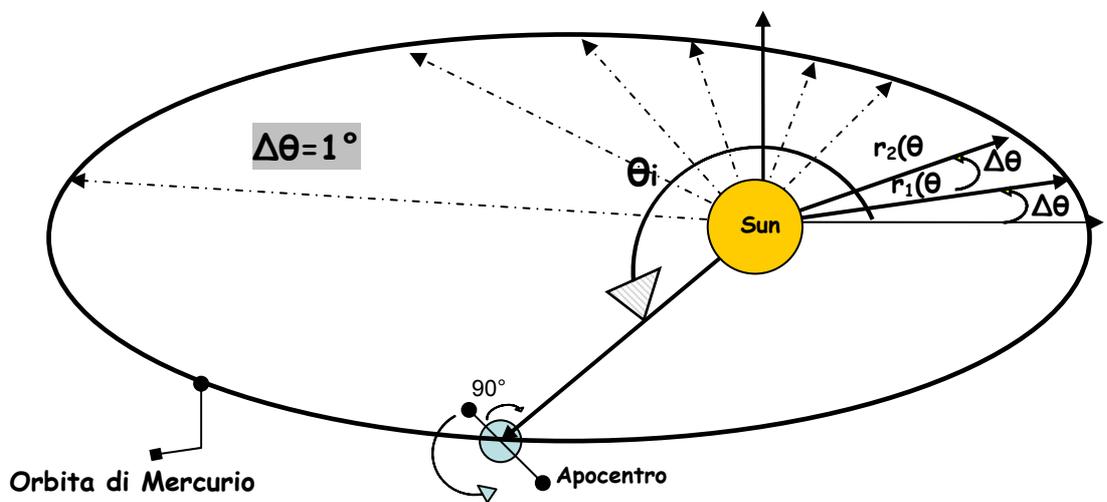


Fig.2.4.3-2: Schematizzazione del raggio vettore per ogni grado spazzato

2) Si calcola l'area spazzata per ogni grado di rotazione del raggio vettore ottenendo l'area dal valore zero per $\theta=0^\circ$ all'area totale per $\theta=365^\circ$.

Il calcolo dell'area viene fatto considerando le formule di geometria piana che permettono di calcolare l'area di un settore d'ellisse.

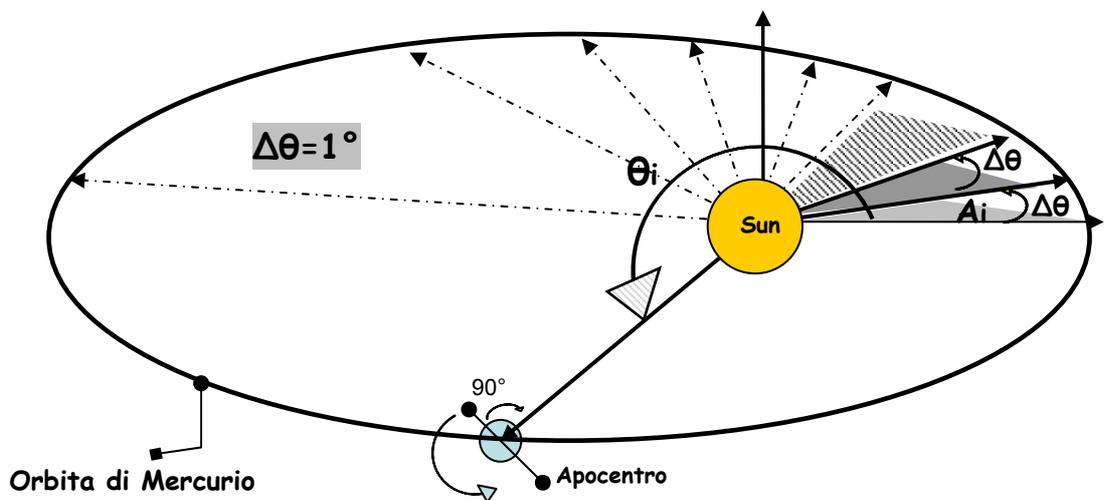


Fig.2.4.3-3: Schematizzazione del raggio vettore per ogni grado spazzato

3) Si considera la II legge di Keplero e si ricava l'area spazzata nell'unità di tempo che si vuole fissare ad esempio 1 giorno .

Per la valutazione dell'area coperta si ha:

A_T = area totale dell'ellisse; T = Periodo rivoluzione Mercurio-Sole;

\tilde{A} = Area coperta per la rotaz. di 180°; Δt = tempo per rotaz. di 180°

$$A_T : T = \tilde{A} : \Delta t \quad \Rightarrow \quad \tilde{A} = A_T * \Delta t / T \quad (2.4.3-1)$$

L'area totale dell'ellisse A_T la possiamo calcolare come:

$$A_T = \pi * (R^2 - r^2) \quad \text{con} \quad R = (q+m)/2 ; \quad r = (q-m)/2 ;$$

dove

q = semiasse maggiore;

m = semiasse minore;

Nota \tilde{A} confrontando i valori ottenuti per le aree nell'unità di tempo ed angolare spazzata, a partire dall'area iniziale ($\theta = \theta_i$) sommando \tilde{A} , si ricava il valore angolare raggiunto nell'unità di tempo. Si ha così a disposizione la posizione angolare ed il tempo necessario per raggiungerla.

A questo punto si può calcolare il valore dell'inclinazione del piano orbitale, infatti avendo a disposizione il tempo per raggiungere la posizione angolare sull'orbita di Mercurio, si può calcolare la rotazione propria compiuta da Mercurio nello stesso tempo, ottenendo quindi l'inclinazione dalla relazione:

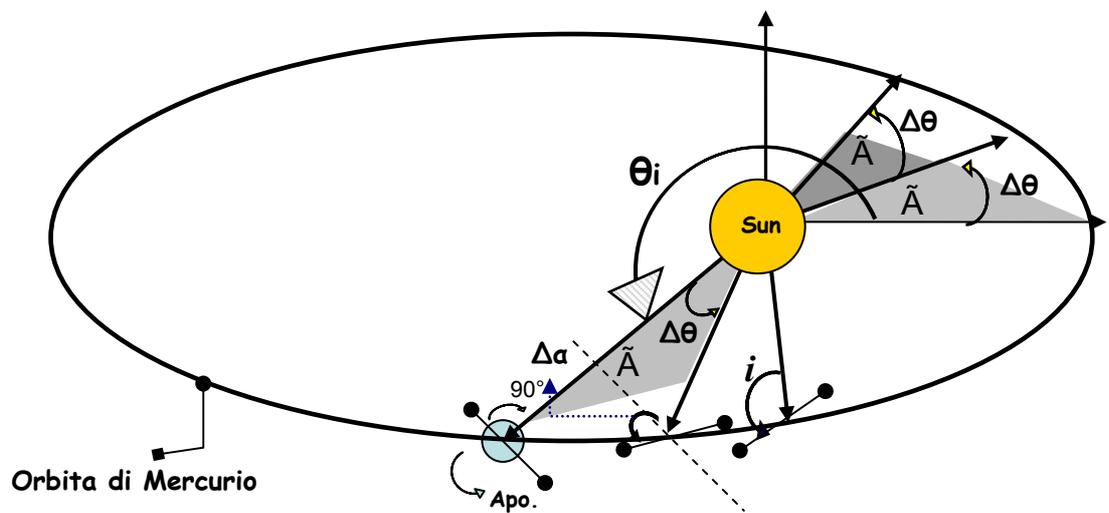
$$i = 90^\circ + \Delta\alpha - \Delta\theta$$

dove

i = inclinazione del P.O. rispetto al Sole

$\Delta\alpha$ = rotazione propria compiuta da Mercurio nell'unità di tempo

$\Delta\theta$ = rotazione di Mercurio intorno al Sole nell'unità di tempo



$\Delta\theta$ =rotaz. intorno al Sole compiuta nell'unità di

$\Delta\alpha$ =rotaz. propria compiuta nell'unità di tempo

Fig.2.4.3-3: Schematizzazione dell'area spazzata dal raggio vettore

Noti che siano i valori per l'inclinazione, per ogni intervallo temporale prescelto, si può ottenere il valore dell'inclinazione in funzione del tempo, così come si vedrà nel paragrafo dedicato alle Tabelle riepilogative.

Per la valutazione delle effettive condizioni d'ombra, ovvero ingresso nel cono d'ombra di Mercurio per apocentro e pericentro, si utilizzerà il procedimento descritto, considerando come angolo di incidenza da verificare, quello che rispetti la condizione tra piano orbitale e sole illustrato nella figura (2.4.3-4) che segue:

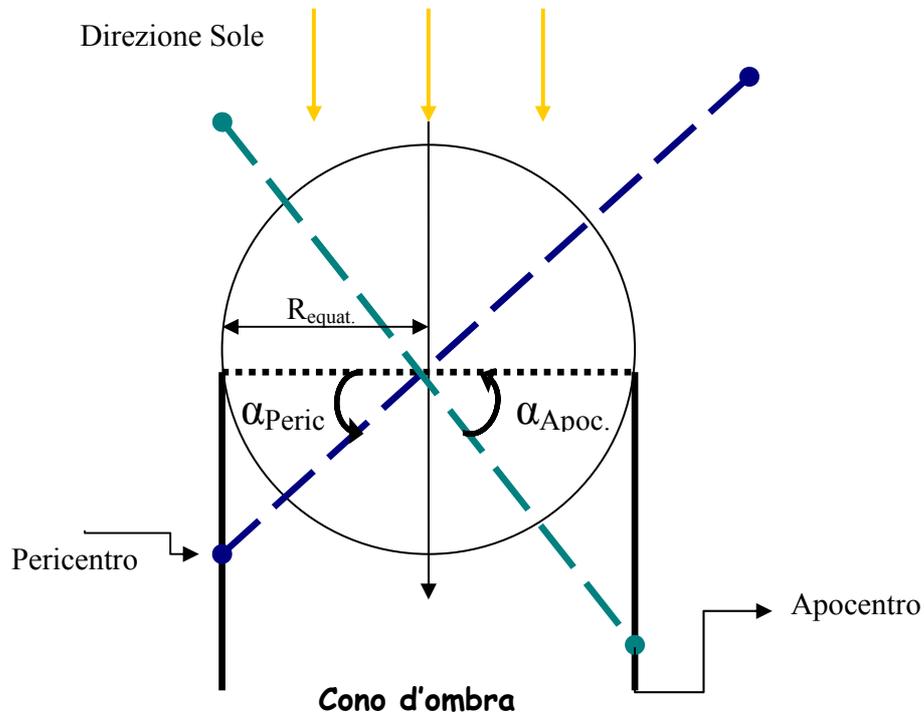


Fig.2.4.3-4: Schematizzazione dell'ingresso in ombra di pericentro ed apocentro

Per il calcolo dell'angolo α si considerano le relazioni (2.4.3-2) e (2.4.3-3) riferite al triangolo che ha come lati: il raggio equatoriale, il piano orbitale fino al pericentro e la direttrice del cono d'ombra.

Si avrà:

$$\alpha_{\text{Peric.}} = \text{InvCos}[R_{\text{equat.}} / (H_{\text{Peric.}} + R_{\text{equat.}})] = 31^\circ \quad (2.4.3-2)$$

$$\alpha_{\text{Apoc.}} = \text{InvCos}[R_{\text{equat.}} / (H_{\text{Apoc.}} + R_{\text{equat.}})] = 52^\circ \quad (2.4.3-3)$$

dove

$R_{\text{equat.}}$ = Raggio equatoriale di Mercurio

$H_{\text{Peric.}}$ ($H_{\text{Apoc.}}$) = Altitudine Pericentro (Apocentro)

Utilizzando i valori che si ricavano dalle formule 2.4.3-3, che risultano essere di 121° (pericentro entra in ombra), e 142° (apocentro in ombra), si ricavano con la procedura vista le condizioni d'ingresso nel cono d'ombra.

Prima di passare alla valutazione dell'effettiva operatività del L.A. in base all'incidenza del Sole, è utile fare alcune considerazioni circa l'inclinazione del Sole rispetto al piano dell'orbita e di conseguenza rispetto al sistema laser.

Se consideriamo le posizioni del piano dell'orbita rispetto al Sole, possiamo ricavare anche quali sono di conseguenza le direzioni tra L.A. e Sole.

Consideriamo la schematizzazione di figura(2.4.3-5):

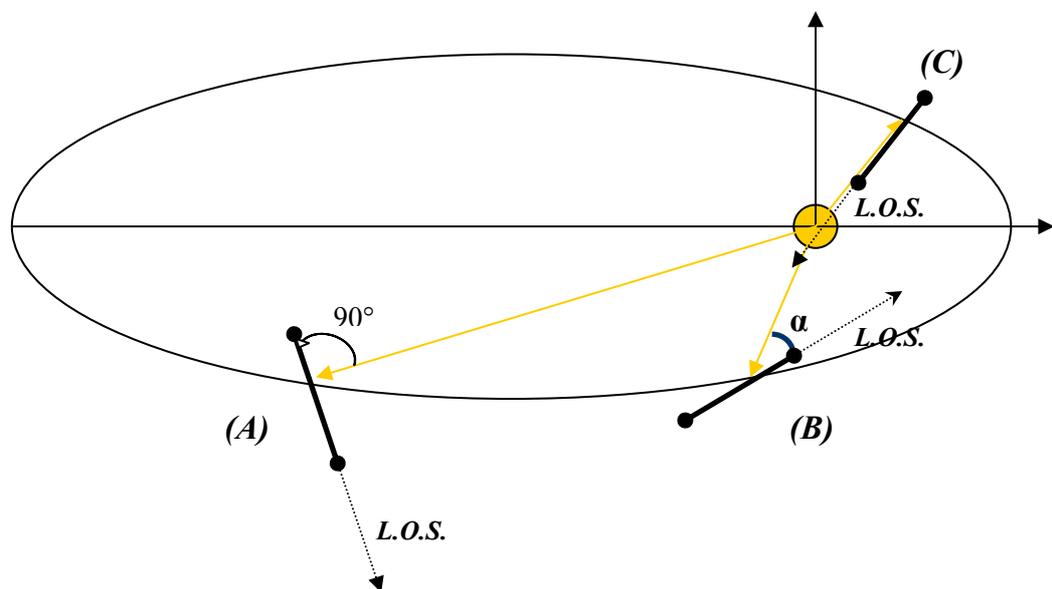


Fig.2.4.3-5: Schematizzazione della direzione sole-piano orbitale nel tempo

Nei casi rappresentati in figura possiamo individuare tre situazioni diverse:

(A) : Il piano dell'orbita forma un angolo di 90° rispetto la direzione del Sole. Considerando la *L.O.S.* del Laser otteniamo che in questo caso lo strumento sarà ortogonale rispetto al Sole, ovvero a incidenza nulla.

(B) : Il piano dell'orbita forma un angolo α rispetto la direzione del Sole. Considerando anche in questo caso la *L.O.S.* dell'altimetro otteniamo che l'incidenza del Sole rispetto lo strumento è proprio α .

(C) : Il piano dell'orbita è allineato alla direzione del Sole. Considerando la *L.O.S.* si avrà che l'incidenza del Sole sarà diretta.

Esiste quindi un angolo critico per l'incidenza diretta del Sole pari ad α ed è quindi questo valore che costituisce il primo limite per garantire l'utilizzabilità dello strumento.

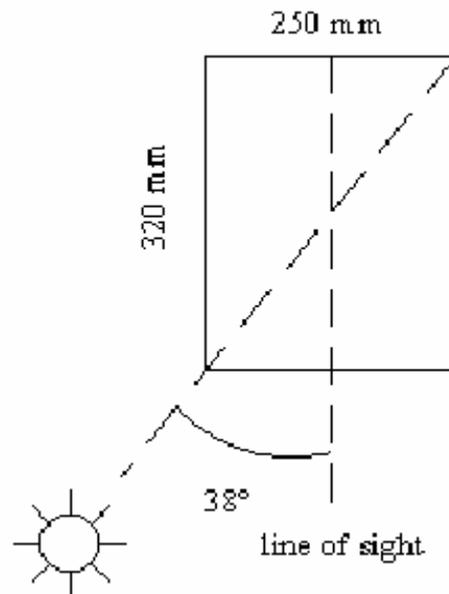
Il nostro sistema laser ha un angolo d'incidenza critico imposto che di 38° [10], allora ci troveremo in una condizione di pericolo quando lo strumento avrà una incidenza del Sole entro un cono di angolo solido (cono critico d'incidenza) di 38° appunto.

Dalle valutazioni fatte per l'angolo del P.O. che vede l'ingresso nel cono d'ombra, si ricava che l'angolo critico di 38° tra sole e P.O. non si verificherà in quanto lo S/C entra prima nel cono d'ombra, quindi l'angolo critico che va valutato per il L.A. è solo quello nel P.O..

Per quanto riguarda l'angolo di 38° questo lo si ottiene da considerazioni che riguardano l'apertura del L.A. e dalla protezione

utilizzata per l'ottica, che non può andare oltre certe dimensioni, non tollerabili come payload [10].

Si avrà una schematizzazione che è:



La considerazione da fare è che oltre quest'angolo l'altro che determina il cono è quello tra la *L.O.S.* ed il Sole nel Piano dell'orbita. Per la valutazione degli effetti critici si può considerare allora che: quando ci si è nel piano orbitale si deve considerare che dall'incidenza diretta schermo e il cono d'ombra di Mercurio infatti quando α è minore di 38° si è con la parte di orbita che riceve l'incidenza diretta per buona parte nel cono d'ombra, quindi nell'andare a verificare le condizioni critiche dobbiamo verificare le latitudini che restano fuori dal cono d'ombra.

Il discorso sull'incidenza critica, si semplifica notevolmente quando si va a considerare l'effetto dell'Albedo in quanto in questo caso si

daranno semplicemente dei valori espressi in termini di latitudini entro i quali il Laser non risulta essere operativo in condizioni di luce, per ogni fase dell'orbita.

2.4.4. Condizioni di Operatività dovute alla Luce

Valutazione nel Piano Orbitale degli angoli critici

In questo paragrafo ci occuperemo della valutazione dei valori critici dello stress termico, individuando per le latitudini i valori limite per l'utilizzabilità del L.A..

Nel piano dell'orbita, come già anticipato nel paragrafo precedente, si deve valutare quando si verificano condizioni tali da avere un angolo d'incidenza del Sole inferiore a 38° .

Come prima valutazione da fare c'è quella che riguarda il cono d'ombra ovvero individuare i valori di latitudine protetti dal cono d'ombra di Mercurio.

La configurazione che si studierà è rappresentata in figura (2.4.4-1):

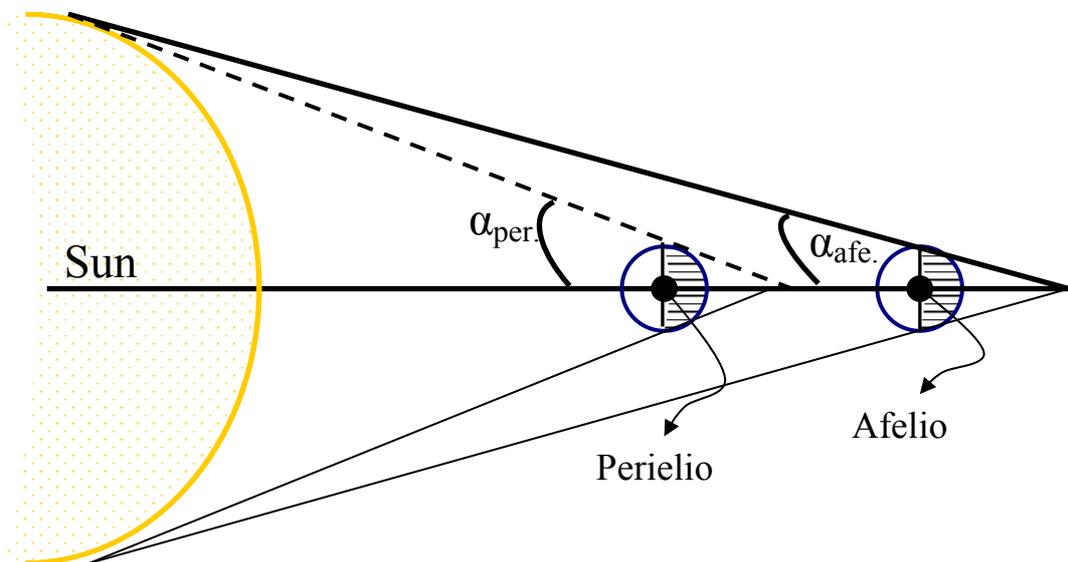


Fig.2.4.4-1: Schematizzazione del cono d'ombra di Mercurio al Perielio ed Afelio con indicazione degli angoli d'inclinazione rispetto il piano equatoriale

Da considerazioni geometriche si ricava che:

$$\alpha_{\text{Per.}} = 0.86184^\circ ; \quad \alpha_{\text{Apo.}} = 0.56843^\circ ; \quad (2.4.4-1)$$

i due valori sono stati calcolati nelle due condizioni estreme ovvero afelio e perielio così come da figura (2.4.4-1), utilizzando le relazioni triangolari di geometria elementare.

A partire da questi valori si può verificare che errore si commette nel considerare un cono d'ombra che sia tale da avere direttrici parallele all'equatore.

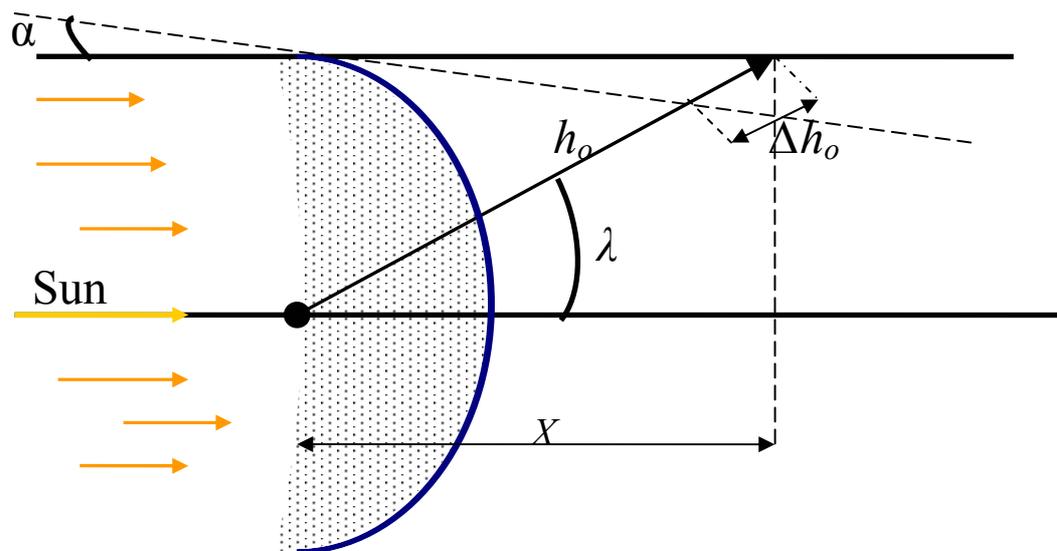


Fig.2.4.4-1: Schematizzazione del cono d'ombra di Mercurio con indicazione dell'errore (Δh_o) che si commette considerandoli cono d'ombra parallelo al piano equatoriale

Per calcolare questo errore bisogna considerare l'intersezione tra l'orbita e la generatrice del cono d'ombra e stimare i valori corrispondenti per h_o , X , λ ,

e valutare Δh_o schematizzato in figura (2.4.4-1). Nella valutazione dell'intersezione va sottolineato che il valore che si ottiene per λ varia per ogni orbita quindi in uno studio dettagliato andrebbe valutato l'errore per ogni orbita e per entrambi gli emisferi.

Per semplificare si può considerare solo l'errore relativo al valore critico di 38° . Gli altri valori non hanno grande interesse in quanto l'altimetro per angoli maggiori di 38° continua ad essere operativo a meno della quota.

Considerando allora il valore di h_o corrispondente a $\lambda = 38^\circ$ si ricava il valore di Δh_o corrispondente a questa latitudine, si avrà:

$$\lambda = 38^\circ \rightarrow h_o = R_{Eq} / \sin(\lambda) \cong 3961 \text{ Km} \quad (2.4.4-2)$$

dove

h_o = raggio vettore del cono d'ombra alla latitudine di 38°

i valori calcolati all'afelio e perielio risultano essere:

$$\Delta h_{Af.} \cong 49.6 \text{ Km} ; \quad \Delta h_{Per.} \cong 75 \text{ Km} ;$$

Calcolando ora per l'orbita i valori relativi alla latitudine di 38° nei quattro quadranti e valutando l'altezza del cono d'ombra, risulta che la situazione è critica quando ci si trova nella condizione che vede l'apocentro in ombra nell'emisfero Sud infatti si ha:

Il ragionamento fin qui descritto si verifica dall'inizio della missione dopo che siamo arrivati nella fase in cui l'apocentro è in ombra ed abbiamo superato, per l'incidenza del sole rispetto il piano dell'orbita, l'angolo critico di 38° ovvero quando saranno passati circa 50 gg.. Questo significa che in realtà la quota va calcolata con un'anomalia del pericentro che non è quella iniziale.

Per gli altri quadranti i valori delle latitudini che vedono l'ingresso in ombra del Satellite calcolati con la relazione (2.4.4-2) sono:

I Quadrante (Fase Pericentro in ombra) $\rightarrow \lambda \cong 55^\circ$;

IV Quadrante (Fase Pericentro in ombra) $\rightarrow \lambda \cong 50^\circ$;

II Quadrante (Fase Apocentro in ombra) $\rightarrow \lambda \cong 42^\circ$;

che si possono schematizzare per la condizione di apocentro in ombra nella figura (2.4.4-2) mentre per la condizione di pericentro in ombra nella figura (2.4.4-3) che segue:

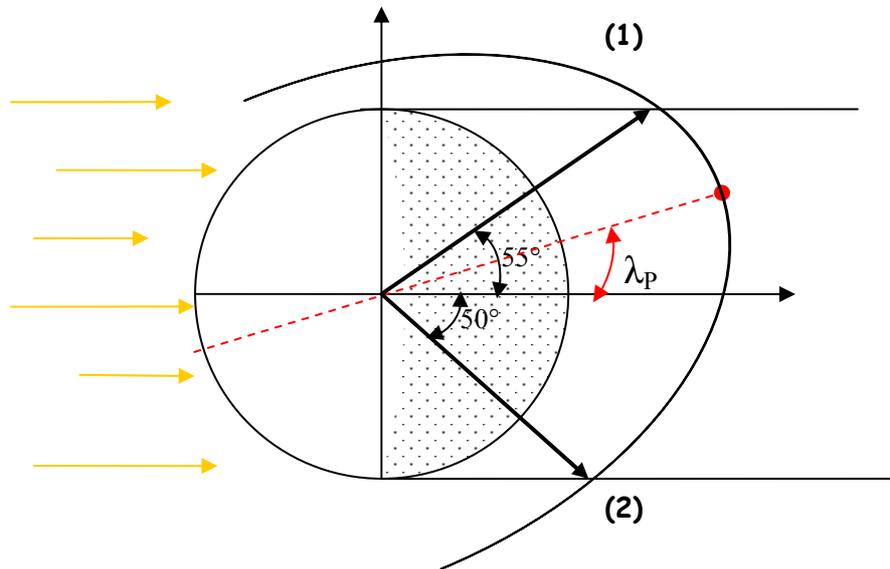


Fig.2.4.4-3: Schematizzazione della condizione critica nell'emisfero sud a 38°latitudine

Nella fasi in cui l'apocentro o il pericentro sono illuminati ma in opposizione rispetto al sole si valuteranno le limitazioni imposte all'operatività dall'albedo ed emissione di Mercurio come corpo nero. Per il valore di latitudine critica relativo all'incidenza dell'albedo ed emissività di Mercurio si può ritenere come valore limite 60° [12], che imporrà le limitazioni all'operatività schematizzate nelle figure (2.4.4-4/5):

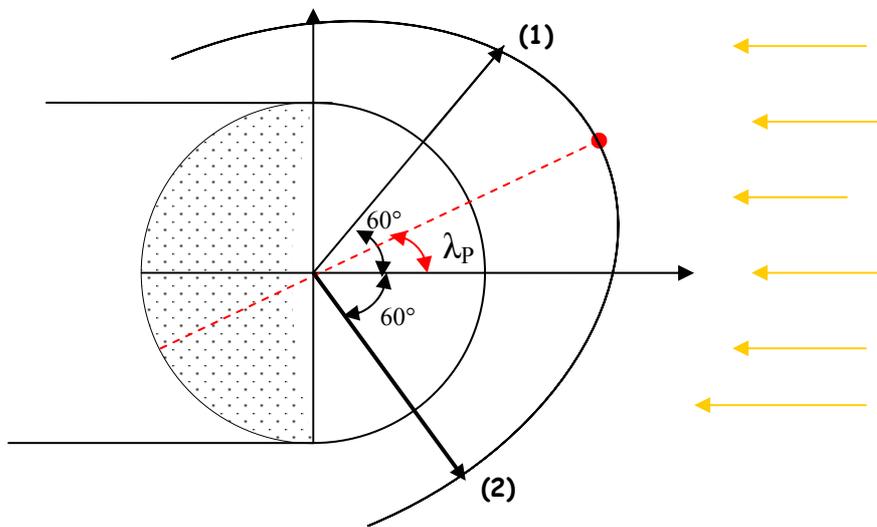


Fig.2.4.4-4: Schematizzazione della condizione per l'albedo in fase Ascendente

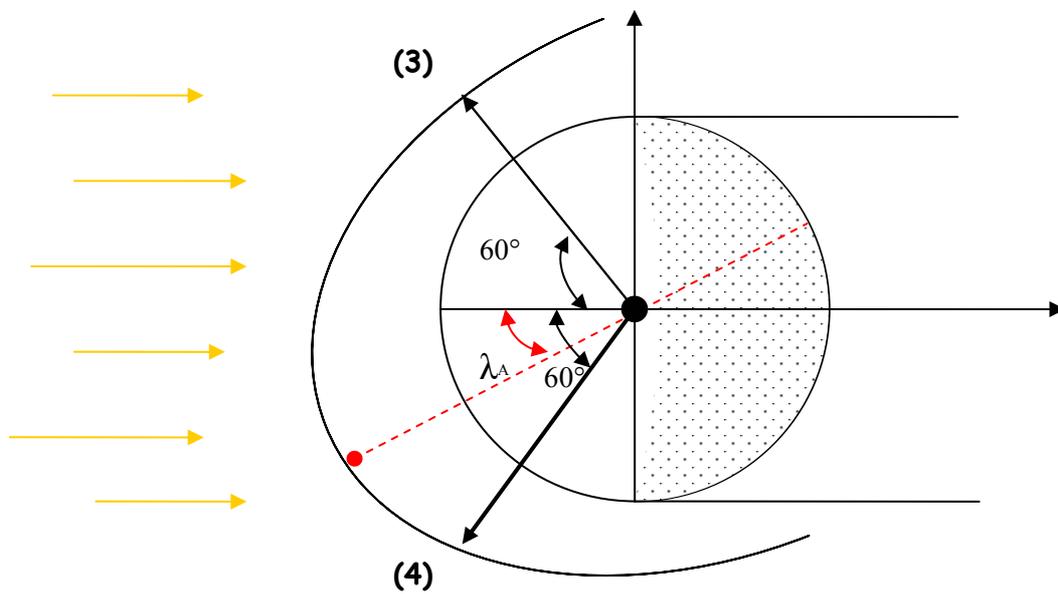


Fig.2.4.4-5: Schematizzazione della condizione per l'albedo in fase Discendente

I valori corrispondenti ai punti **(1)**, **(2)**, **(3)**, **(4)**, nelle figure (2.4.4-4/5) corrispondono alle quote:

(1) \cong 500 Km ; **(2)** \cong 790 Km ; **(3)** \cong 910 Km ; **(4)** $>$ 1000 Km

Si ricava che per i punti **(1)**, **(2)**, **(3)**, si ha una perdita di copertura che nel caso di pericentro illuminato **(1)**, **(2)**, è di 120° intorno all'equatore, mentre per il caso di apocentro illuminato è per un intervallo di latitudine limitato essendo quello necessario al raggiungimento della quota limite operativa fissata a 1000 Km.

La condizione critica per l'albedo è stata supposta in questa fase di studio con un valore che si riferisce alla condizione peggiore ovvero Mercurio al perielio piano orbitale allineato alla direzione del Sole ed angolo critico quello che nella peggiore delle ipotesi si sottende allo S/C sull'orbita MPO come porzione di pianeta visibile.

Nella realtà questa condizione non si verifica mai ma avremo situazioni intermedie che sono state schematizzate in figura (2.4.4-6).

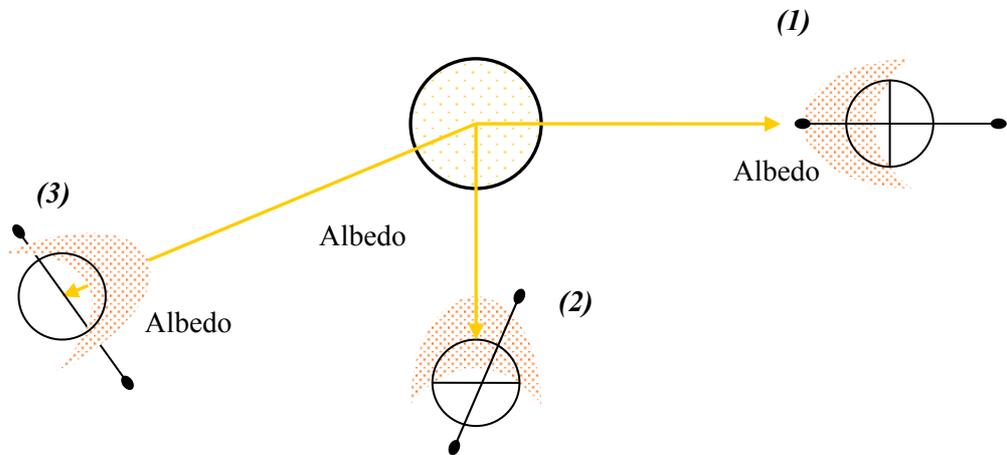


Fig.2.4.4-6: Schematizzazione della condizione d'albedo posizioni diverse di Mercurio

La condizione ipotizzata per la valutazione dell'Albedo è la (1), mentre nella realtà si verificheranno condizioni meno gravose come la (2), (3), che ci permettono di avere un margine di tolleranza sui calcoli fatti.

2.5. Tabelle Riepilogative

A conclusione dello studio fin ora fatto, riportiamo una serie di tabelle riassuntive che contengono i valori e le variazioni temporali dei fattori più importanti della missione Bepi Colombo.

Le tabelle che si compileranno sono:

- Operatività dello strumento nelle fasi orbitali (Asc./Disc.)
- Condizioni d'illuminazione per ogni orbita
- Copertura ottenibile per ogni giorno di missione
- Copertura ottenibile per l'intera missione con individuazione delle zone rilevate.

2.5.1. Operatività delle varie fasi dell'Orbita

In tabella (2.5.1-1) sono inseriti per ogni fase i valori delle latitudini iniziali e finali per l'operatività dello strumento, considerando come condizioni restrittive la direzione d'illuminazione diretta del Sole e quella di albedo.

Per ogni fase si considereranno due condizioni possibili, riferite all'illuminazione o meno della fase stessa.

| <i>Fase/Orbita (Asc./Disc.)</i> | <i>Condizione Illuminaz. Luce/Ombra</i> | <i>Inizio</i> | <i>Termine</i> | <i>Inizio</i> | <i>Termine</i> |
|-------------------------------------|---|-----------------------------|-----------------------------|----------------------------|----------------|
| | | <i>I- Intervallo</i> | | <i>II- Intervallo</i> | |
| <i>Asc.</i> | <i>Luce</i> | $\lambda^{Str} = -82^\circ$ | $\lambda^{Alb} = -60^\circ$ | $\lambda^{Alb} = 60^\circ$ | 90° |
| | <i>Ombra</i> | $\lambda^{Str} = -82^\circ$ | 90° | ---- | ---- |
| <i>Disc.</i> | <i>Luce</i> | 90° | $\lambda^{Alb} = 60^\circ$ | ---- | ---- |
| | <i>Ombra</i> | 90° | $\lambda^{Str} = 54^\circ$ | ---- | ---- |

Tabella.2.5.1-1: Latitudini inizio operatività per altimetro operativo a 1000 km

I valori delle latitudini riferiti all'operatività dello strumento sono stati ricavati applicando la formula (2.1.-1) così come nel paragrafo 2.4.1, inoltre tutti i valori in tabella 2.5.1-1 così come quelli di tabella 2.5.1-2 che segue, sono calcolati con l'ipotesi di una quota operativa del L.A. di 1000 Km o 1100 Km e con un'anomalia del pericentro di 158° e sono riferiti all'inizio della missione.

Nella tabella 2.5.1.-2 si considera come condizione diversa, una operatività del L.A. di 1100 Km.

| <i>Fase Orbita (Asc./Disc.)</i> | <i>Condizione Illuminaz.</i> | <i>Inizio</i> | <i>Termine</i> | <i>Inizio</i> | <i>Termine</i> |
|---------------------------------|------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------|----------------|
| | | <i>I- Intervallo</i> | | <i>II- Intervallo</i> | |
| <i>Asc.</i> | <i>Luce</i> | $\lambda^{Str} = -92^\circ$ | $\lambda^{Alb} = -60^\circ$ | $\lambda^{Alb} =$ | 90° |
| | <i>Ombra</i> | $\lambda^{Str} = -92^\circ$ | 90° | ---- | ---- |
| <i>Disc.</i> | <i>Luce</i> | 90° | $\lambda^{Alb} = 60^\circ$ | ---- | ---- |
| | <i>Ombra</i> | 90° | $\lambda^{Str} = 54^\circ$ | ---- | ---- |

Tabella.2.5.1-2: Latitudini d'inizio operatività per altimetro operativo a 1100 km

A chiarimento delle Tabelle, si sottolineano alcuni punti:

- I due intervalli di operatività per ogni condizione, sono dovuti al fatto che si potrebbe avere che il L.A. risulti operativo per certe latitudini ma la condizione critica di albedo imponga una interruzione dell'utilizzo (caso della fase Asc. Illuminata rispetto quella in ombra).
- I valori delle latitudini di operatività del L.A. risultano essere variabili oltre che per la quota massima di utilizzabilità anche

dall'anomalia del pericentro, che nel tempo fa una precessione che rende le latitudini della quota massima mutabili.

- Il valore della latitudine dovuta all'albedo, risulta essere costante ed è dettato dalla condizione critica valutata nel paragrafo 2.4.4 che tratta le condizioni d'illuminazione.

- La condizione imposta dal pericentro è tale che nella migliore delle ipotesi (operatività a 1100 Km ed apocentro almeno a 158°) si riesca a rilevare il polo sud, ma solo nella parte iniziale della missione (Tabella.2.5.1-2).

A partire da questi valori, che ricordiamo essere iniziali, si possono ottenere i valori nel tempo andando a considerare le variazioni angolari dovute al pericentro. Si valuteranno così le effettive latitudini coperte nell'evoluzione della missione, questo passo sarà trattato nel paragrafo che segue, che riguarda la valutazione della copertura ottenibile.

A partire dai valori di Tabella.2.5.1-2, condizione migliore, possiamo rappresentare la copertura nella figura (2.5.-1) considerando la condizione in cui sia la fase ascendente in ombra mentre quando in ombra vi è la fase discendente si può far riferimento alla figura (2.5.-2):

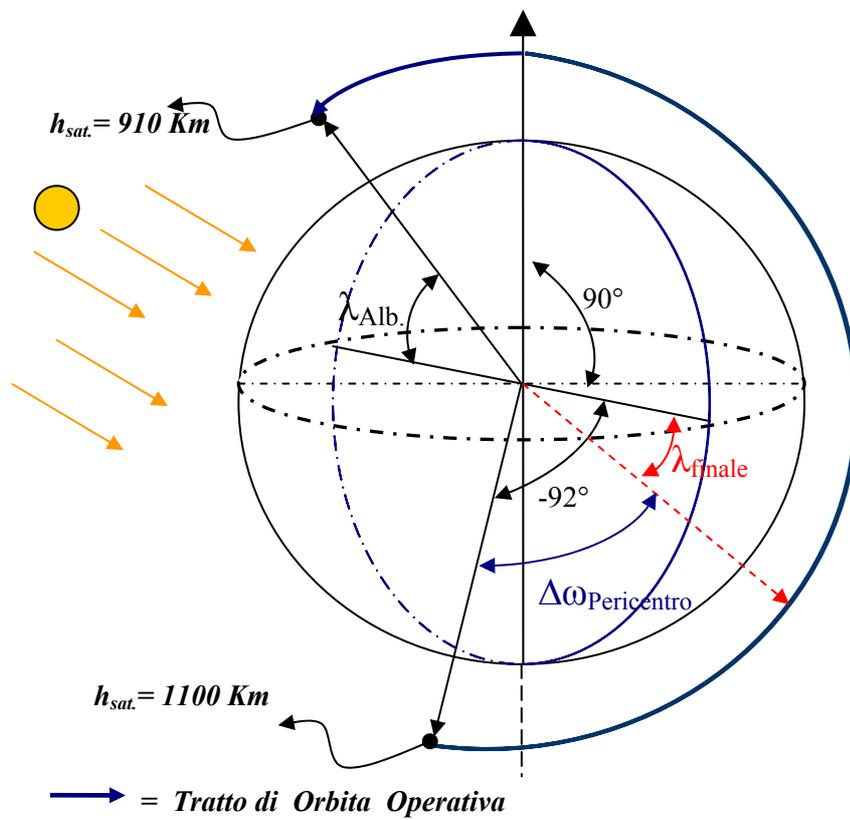


Figura.2.5.1-1: Indicazione latitudini d'operatività in condizioni di fase ascendente in ombra

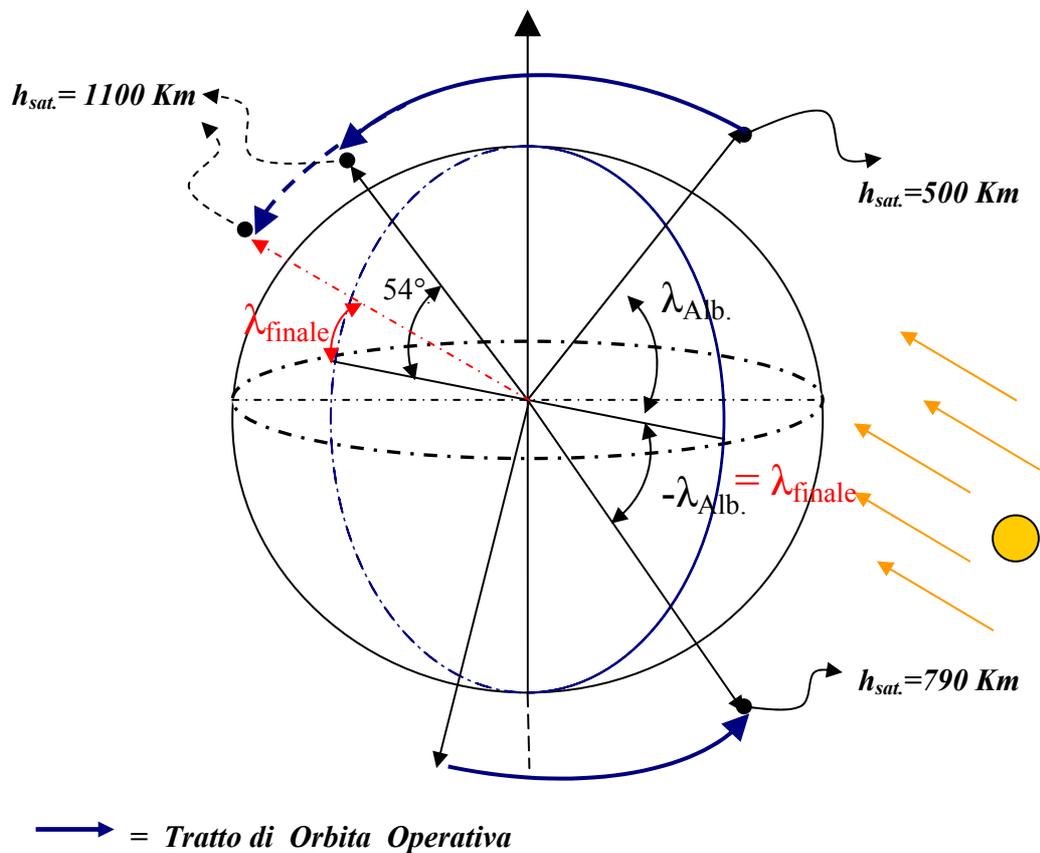


Figura.2.5.1-2: Indicazione latitudini d'operatività in condizioni di fase ascendente in luce

Per l'albedo che ha come latitudine critica 60° le quote limite di operatività per l'orbita, sono ricavate con la formula (2.1.-1), e danno i seguenti valori:

Fase Ascendente/I-Interv./Illuminazione $\rightarrow h_{sat.}=790 \text{ Km. (val. fin.)}$

Fase Ascendente/II-Interv./Illuminazione $\rightarrow h_{sat.}=500 \text{ Km. (val. iniz.)}$

Fase Discendente/I-Interv./Illuminazione $\rightarrow h_{sat.}=910 \text{ Km. (val. fin.)}$

Questi valori si possono rappresentare con una figura che evidenzi, per questa particolare condizione, l'intervallo effettivamente rilevato, la figura(2.5.1-3) che segue rappresenta quanto detto:

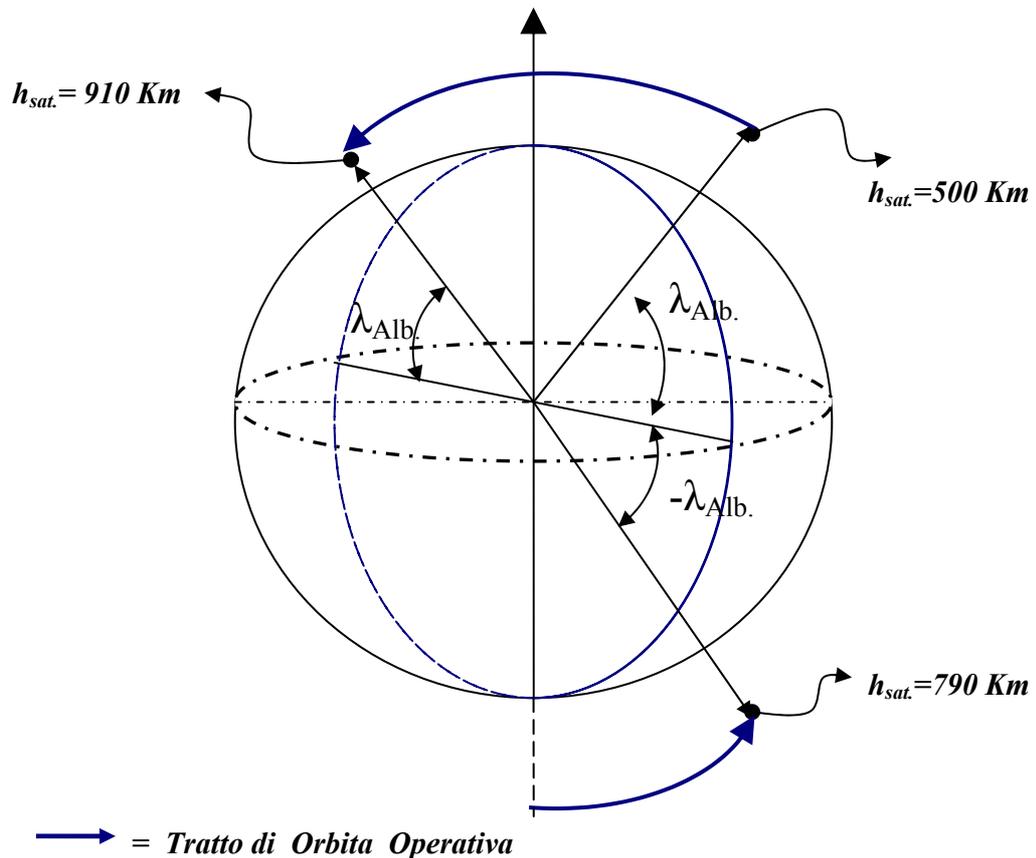


Figura.2.5.1-3: Indicazione latitudini d'operatività dovuta all'albedo

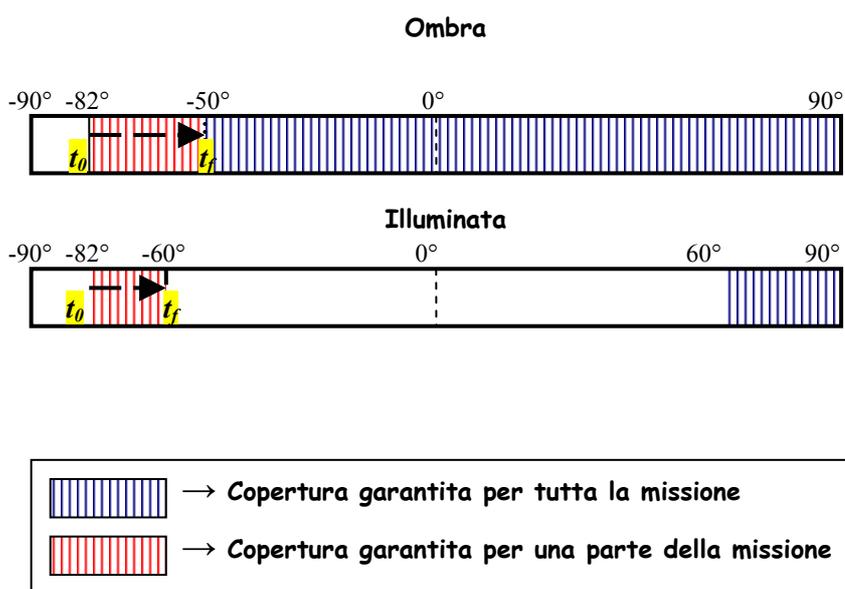
Per una maggiore chiarezza possiamo schematizzare la situazione rappresentata nelle figure (2.5.1-1/2/3), con dei grafici indicativi della latitudine coperta dall'inizio della missione e nella sua evoluzione nel tempo.

Nei grafici che seguono si rappresentano le latitudini coperte nel tempo per le due fasi orbitali, indicando quali sono quelle che

vengono viste per un tempo limitato di missione, causa la variazione dell'anomalia del pericentro.

In figura 2.5.1-4 che segue, si ipotizza una quota operativa limite di 1000km.

Fase Ascendente



Fase Discendente

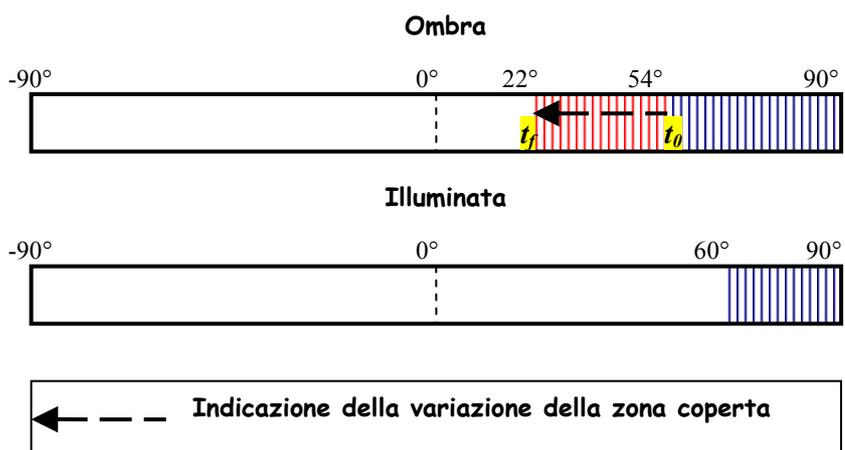


Figura.2.5.1-4: Grafici delle latitudini d'operatività con indicazione d'avanzamento delle latitudini nel tempo

Se consideriamo una operatività dello strumento fino a 1100 Km riusciamo ad ottenere intervalli di copertura più ampi per le due fasi, il che si può schematizzare allo stesso modo nei grafici di figura 2.5.1-5 che segue:

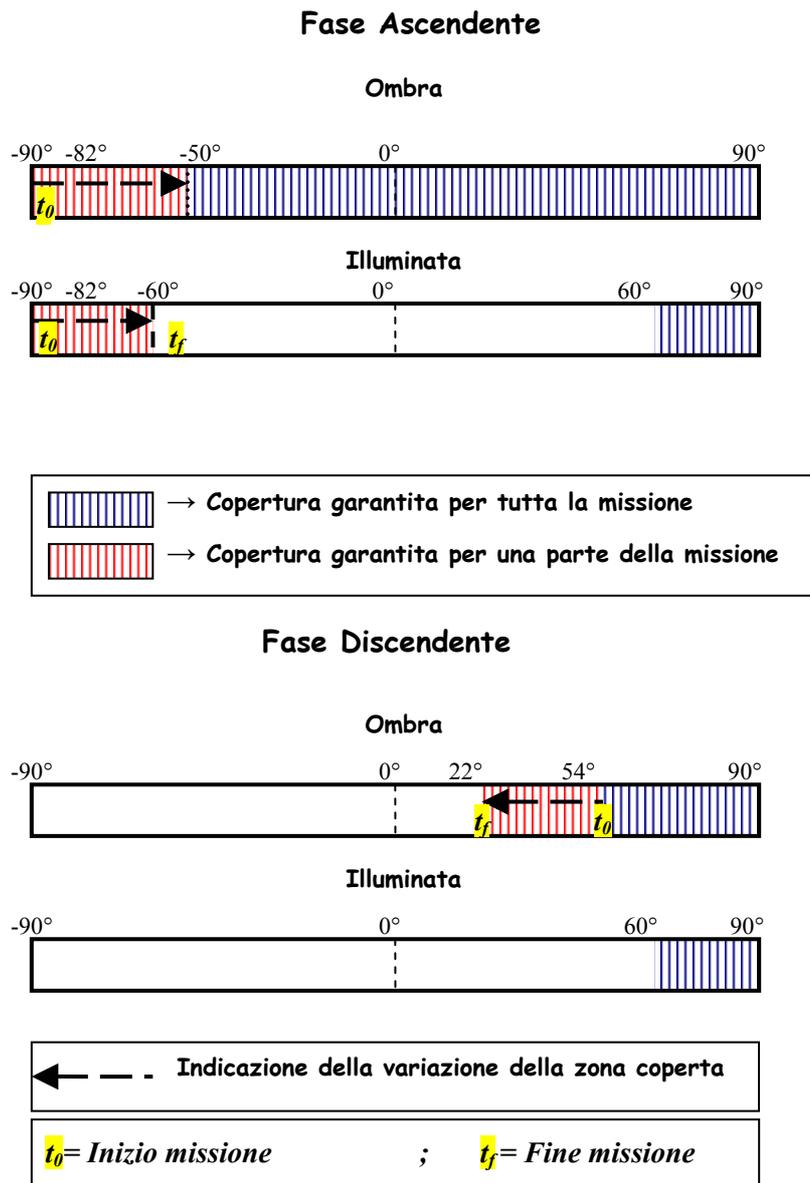


Figura.2.5.1-5: Grafici delle latitudini d'operatività con indicazione dell'avanzamento delle latitudini nel tempo

2.5.2. Condizioni d'illuminazione per ogni passaggio orbitale

La tabella che di seguito si considera è rappresentativa, per ogni giorno di missione ed intervallo orbitale di circa 10 orbite, della condizione d'illuminazione ovvero indica qual è la fase illuminata ed inoltre quale risulta essere l'inclinazione del piano dell'orbita rispetto al Sole.

Per la compilazione si utilizza la procedura illustrata nel paragrafo (2.4.3), e

per comodità di visualizzazione si riportano solo una parte dei valori ottenuti, considerando quindi intervalli temporali di 10 giorni.

| <i>Giorno</i> | <i>Intervallo Orb.</i> | <i>Inclinazione P.O.-Sole</i> | <i>Fase Illuminata</i> |
|----------------------|-------------------------------|--------------------------------------|-------------------------------|
| <i>1</i> | <i>10.342</i> | <i>90</i> | <i>Asc./Disc.</i> |
| <i>11</i> | <i>113.77</i> | <i>152.62</i> | <i>Disc.</i> |
| <i>21</i> | <i>217.19</i> | <i>213.1</i> | <i>Disc.</i> |
| <i>31</i> | <i>320.62</i> | <i>274.57</i> | <i>Asc./Disc.</i> |
| <i>41</i> | <i>424.04</i> | <i>337.05</i> | <i>Asc.</i> |
| <i>51</i> | <i>527.47</i> | <i>39.525</i> | <i>Asc./Disc.</i> |
| <i>61</i> | <i>630.89</i> | <i>102</i> | <i>Asc./Disc.</i> |
| <i>71</i> | <i>734.32</i> | <i>163.48</i> | <i>Disc.</i> |
| <i>81</i> | <i>837.74</i> | <i>224.95</i> | <i>Disc.</i> |
| <i>91</i> | <i>941.17</i> | <i>291.59</i> | <i>Asc./Disc.</i> |
| <i>101</i> | <i>1044.6</i> | <i>351.07</i> | <i>Asc.</i> |

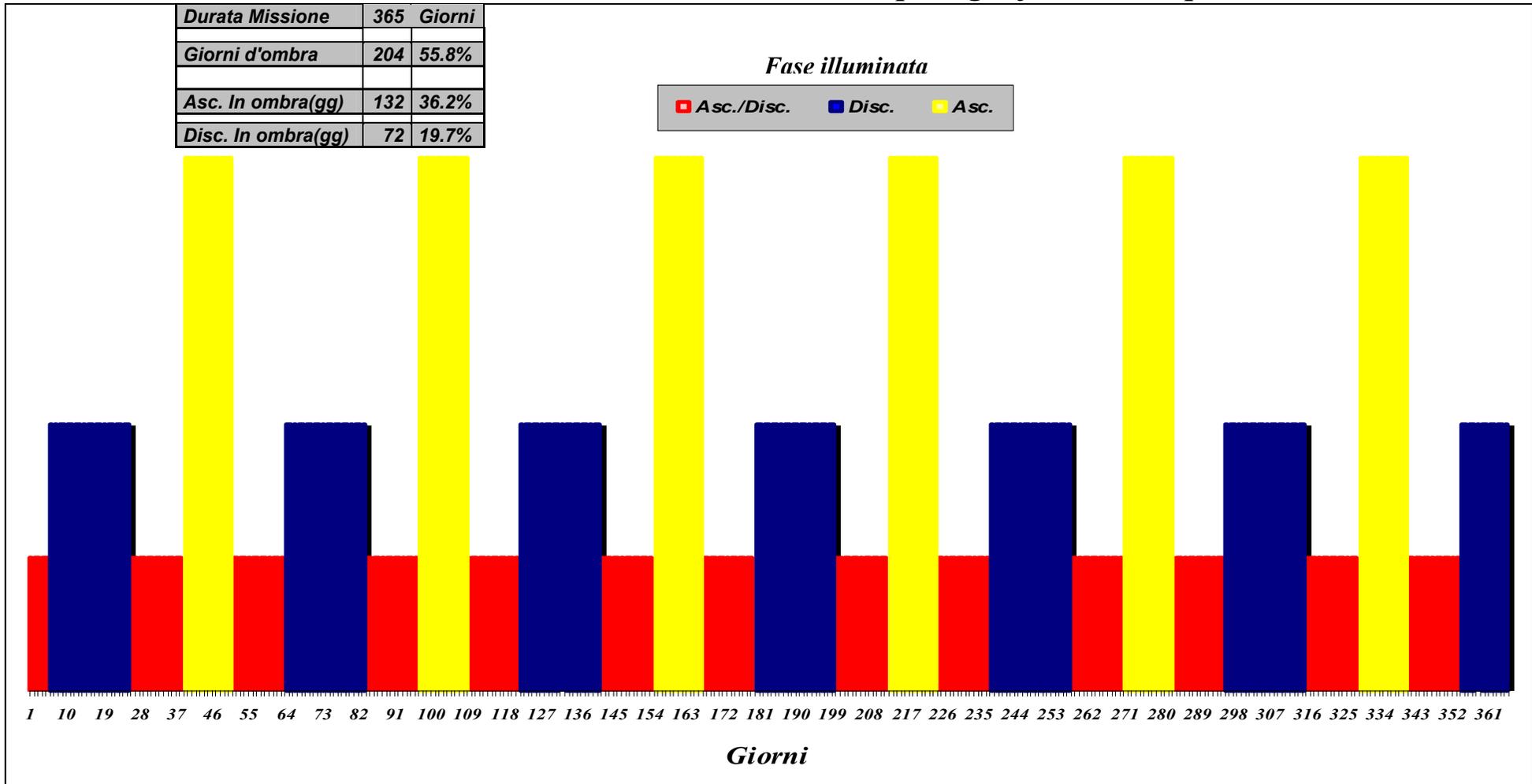
| <i>Giorno</i> | <i>Intervallo Orb.</i> | <i>Inclinazione P.O.-Sole</i> | <i>Fase Illuminata</i> |
|---------------|------------------------|-----------------------------------|------------------------|
| <i>111</i> | <i>1148</i> | <i>51.541</i> | <i>Asc./Disc.</i> |
| <i>121</i> | <i>1251.4</i> | <i>114.02</i> | <i>Asc./Disc.</i> |
| <i>131</i> | <i>1354.9</i> | <i>176.49</i> | <i>Disc.</i> |
| <i>141</i> | <i>1458.3</i> | <i>238.97</i> | <i>Disc.</i> |
| <i>151</i> | <i>1561.7</i> | <i>300.44</i> | <i>Asc./Disc.</i> |
| <i>161</i> | <i>1665.1</i> | <i>1.918</i> | <i>Asc.</i> |
| <i>171</i> | <i>1768.6</i> | <i>63.393</i> | <i>Asc./Disc.</i> |
| <i>181</i> | <i>1872</i> | <i>129.03</i> | <i>Disc.</i> |
| <i>191</i> | <i>1975.4</i> | <i>188.51</i> | <i>Disc.</i> |
| <i>201</i> | <i>2078.8</i> | <i>249.98</i> | <i>Asc./Disc.</i> |
| <i>211</i> | <i>2182.3</i> | <i>312.46</i> | <i>Asc./Disc.</i> |
| <i>221</i> | <i>2285.7</i> | <i>14.934</i> | <i>Asc.</i> |
| <i>231</i> | <i>2389.1</i> | <i>77.41</i> | <i>Asc./Disc.</i> |
| <i>241</i> | <i>2492.5</i> | <i>138.89</i> | <i>Disc.</i> |
| <i>251</i> | <i>2596</i> | <i>200.36</i> | <i>Disc.</i> |
| <i>261</i> | <i>2699.4</i> | <i>260.84</i> | <i>Asc./Disc.</i> |
| <i>271</i> | <i>2802.8</i> | <i>327.48</i> | <i>Asc.</i> |
| <i>281</i> | <i>2906.2</i> | <i>26.951</i> | <i>Asc.</i> |
| <i>291</i> | <i>3009.7</i> | <i>88.426</i> | <i>Asc./Disc.</i> |
| <i>301</i> | <i>3113.1</i> | <i>150.9</i> | <i>Disc.</i> |
| <i>311</i> | <i>3216.5</i> | <i>214.38</i> | <i>Disc.</i> |

| <i>Giorno</i> | <i>Intervallo Orb.</i> | <i>Inclinazione P.O.-Sole</i> | <i>Fase Illuminata</i> |
|---------------|------------------------|-------------------------------|------------------------|
| <i>321</i> | <i>3319.9</i> | <i>276.85</i> | <i>Asc./Disc.</i> |
| <i>331</i> | <i>3423.4</i> | <i>338.33</i> | <i>Asc.</i> |
| <i>341</i> | <i>3526.8</i> | <i>38.803</i> | <i>Asc./Disc.</i> |
| <i>351</i> | <i>3630.2</i> | <i>104.44</i> | <i>Asc./Disc.</i> |
| <i>361</i> | <i>3733.6</i> | <i>164.92</i> | <i>Disc.</i> |

Tabella.2.5.2-1: Indicazione per ogni orbita delle condizioni d'illuminazione espresse dall'angolo tra piano orbitale e Sole

A partire dai valori ottenuti si ricavano due grafici, che indicano per ogni giorno di missione, l'andamento dell'inclinazione P.O.-Sole l'uno e la fase dell'orbita illuminata l'altro. Si può verificare dai valori ricavati e dai grafici nelle figure 2.5.2-1/2 che seguono, quali sono gli intervalli orbitali che verificano una stessa condizione d'illuminazione ovvero verificano la condizione d'ombra per una fase dell'orbita ed inoltre quando s'invertono le posizioni relative rispetto al Sole di Apocentro e Pericentro (angoli d'inclinazione multipli di 180° a partire da 90°).

Condizioni di luce per ogni fase nel tempo



Andamento dell'inclinazione P.O.-Sole nel tempo

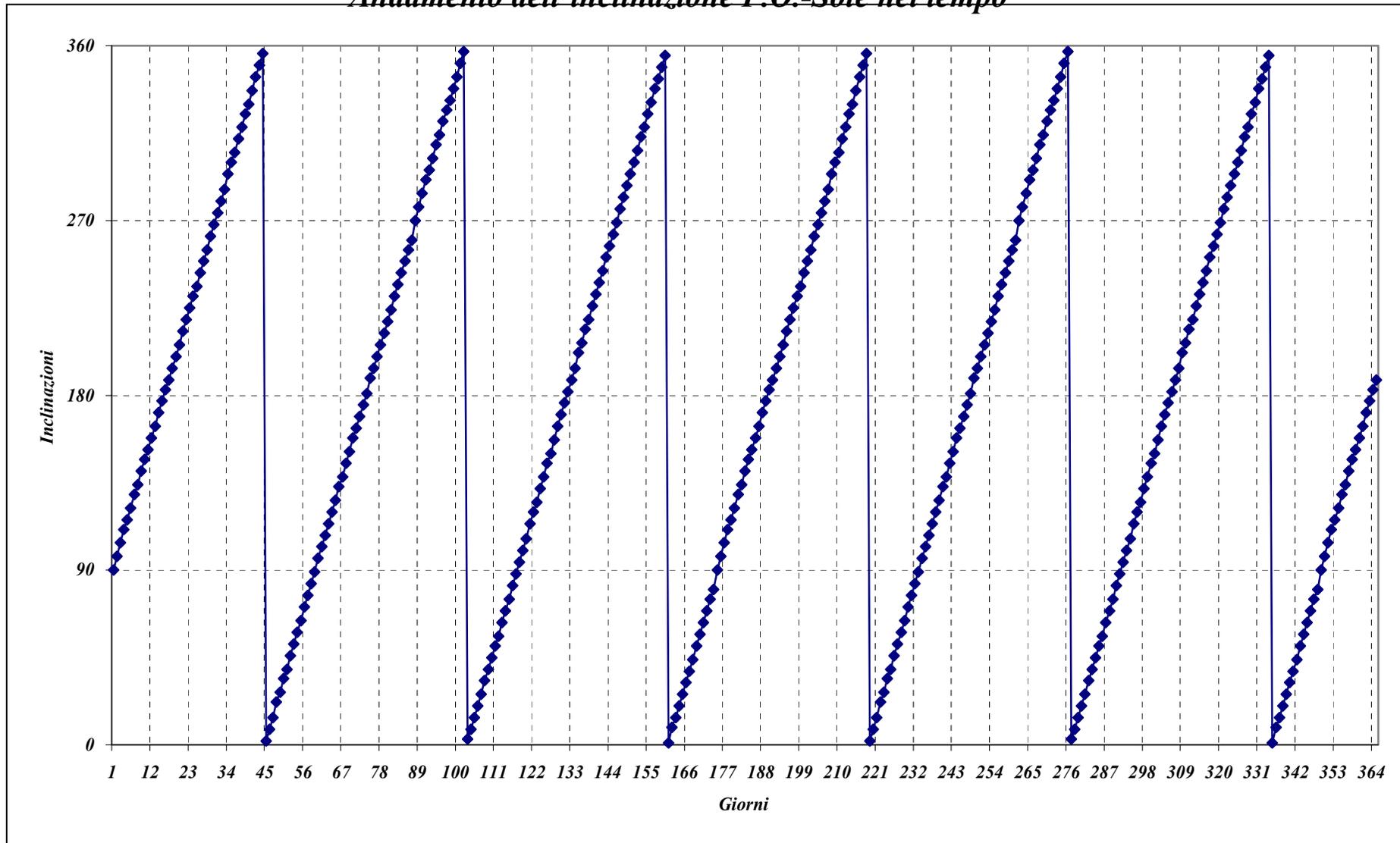


Figura.2.5.2-2: Grafico che indica come varia nel tempo l'inclinazione tra P.O. -Sole

2.5.3. Copertura per ogni passaggio orbitale nelle due fasi

Per completare lo studio fatto, focalizzando l'attenzione sulla copertura del pianeta, si possono considerare le tabelle ed i grafici che seguono, che forniscono indicazioni sulla copertura ottenibile in termini di passaggi e percentuale di pianeta vista per ogni giorno e per ogni intervallo di latitudini.

La tabella (2.5.3.-1) è la prima di queste e fornisce per ogni giorno di missione e per ogni fase, legata all'intervallo orbitale giornaliero, gli intervalli di latitudini effettivamente coperte.

Per semplificare la visualizzazione si considererà un intervallo temporale di 10 giorni.

Per una lettura più semplice della tabella si danno alcuni chiarimenti:

- Per ogni giorno di missione si ha un certo intervallo orbitale che corrisponde a 10.342 orbite e la copertura di latitudini vale per tutto l'intervallo,
- I due intervalli di copertura si riferiscono alla fase ascendente, che in caso di Albedo è tale da verificare questa condizione (due intervalli di copertura),
- L'intervallo unico è invece riferito alla fase discendente in quanto in qualunque condizione si riesce solo a rilevare l'emisfero nord,
- Gli intervalli di latitudini coperte, si riferiscono alle due fasi dell'orbita e danno indicazione della copertura ottenuta per ogni fase.

| <i>Giorni</i> | $\Delta Orb.$ | <i>I intervallo</i> | | <i>II intervallo</i> | | <i>Unico interv.</i> | | $\Delta\lambda_{Fase}$ <i>Ascendente</i> | $\Delta\lambda_{Fase}$ <i>Discendente</i> |
|---------------|---------------|---------------------|------------------|----------------------|------------------|----------------------|------------------|---|--|
| | | $\lambda_{In.}$ | $\lambda_{Fin.}$ | $\lambda_{In.}$ | $\lambda_{Fin.}$ | $\lambda_{In.}$ | $\lambda_{Fin.}$ | | |
| 1 | 10.342 | -91.912 | -60 | 60 | 90 | 90 | 60 | 61.912 | 30 |
| 11 | 113.77 | -91.036 | 90 | 0 | 0 | 90 | 60 | 181.04 | 30 |
| 21 | 217.19 | -90.159 | 90 | 0 | 0 | 90 | 60 | 180.16 | 30 |
| 31 | 320.62 | -89.282 | -60 | 60 | 90 | 90 | 60 | 59.282 | 30 |
| 41 | 424.04 | -88.406 | -60 | 60 | 90 | 90 | 50.406 | 58.406 | 39.594 |
| 51 | 527.47 | -87.529 | -60 | 60 | 90 | 90 | 60 | 57.529 | 30 |
| 61 | 630.89 | -86.652 | -60 | 60 | 90 | 90 | 60 | 56.652 | 30 |
| 71 | 734.32 | -85.775 | 90 | 0 | 0 | 90 | 60 | 175.78 | 30 |
| 81 | 837.74 | -84.899 | 90 | 0 | 0 | 90 | 60 | 174.9 | 30 |
| 91 | 941.17 | -84.022 | -60 | 60 | 90 | 90 | 60 | 54.022 | 30 |
| 101 | 1044.6 | -83.145 | -60 | 60 | 90 | 90 | 45.145 | 53.145 | 44.855 |
| 111 | 1148 | -82.269 | -60 | 60 | 90 | 90 | 60 | 52.269 | 30 |
| 121 | 1251.4 | -81.392 | -60 | 60 | 90 | 90 | 60 | 51.392 | 30 |
| 131 | 1354.9 | -80.515 | 90 | 0 | 0 | 90 | 60 | 170.52 | 30 |
| 141 | 1458.3 | -79.639 | 90 | 0 | 0 | 90 | 60 | 169.64 | 30 |

| <i>Giorni</i> | $\Delta Orb.$ | <i>I intervallo</i> | | <i>II intervallo</i> | | <i>Unico interv.</i> | | $\Delta\lambda_{Fase}$ <i>Ascendente</i> | $\Delta\lambda_{Fase}$ <i>Discendente</i> |
|---------------|---------------|---------------------|------------------|----------------------|------------------|----------------------|------------------|---|--|
| | | $\lambda_{In.}$ | $\lambda_{Fin.}$ | $\lambda_{In.}$ | $\lambda_{Fin.}$ | $\lambda_{In.}$ | $\lambda_{Fin.}$ | | |
| 151 | 1561.7 | -78.762 | -60 | 60 | 90 | 90 | 60 | 48.762 | 30 |
| 161 | 1665.1 | -77.885 | -60 | 60 | 90 | 90 | 39.885 | 47.885 | 50.115 |
| 171 | 1768.6 | -77.008 | -60 | 60 | 90 | 90 | 60 | 47.008 | 30 |
| 181 | 1872 | -76.132 | 90 | 0 | 0 | 90 | 60 | 166.13 | 30 |
| 191 | 1975.4 | -75.255 | 90 | 0 | 0 | 90 | 60 | 165.26 | 30 |
| 201 | 2078.8 | -74.378 | -60 | 60 | 90 | 90 | 60 | 44.378 | 30 |
| 211 | 2182.3 | -73.502 | -60 | 60 | 90 | 90 | 60 | 43.502 | 30 |
| 221 | 2285.7 | -72.625 | -60 | 60 | 90 | 90 | 34.625 | 42.625 | 55.375 |
| 231 | 2389.1 | -71.748 | -60 | 60 | 90 | 90 | 60 | 41.748 | 30 |
| 241 | 2492.5 | -70.872 | 90 | 0 | 0 | 90 | 60 | 160.87 | 30 |
| 251 | 2596 | -69.995 | 90 | 0 | 0 | 90 | 60 | 159.99 | 30 |
| 261 | 2699.4 | -69.118 | -60 | 60 | 90 | 90 | 60 | 39.118 | 30 |
| 271 | 2802.8 | -68.241 | -60 | 60 | 90 | 90 | 30.241 | 38.241 | 59.759 |
| 281 | 2906.2 | -67.365 | -60 | 60 | 90 | 90 | 29.365 | 37.365 | 60.635 |
| 291 | 3009.7 | -66.488 | -60 | 60 | 90 | 90 | 60 | 36.488 | 30 |
| 301 | 3113.1 | -65.611 | 90 | 0 | 0 | 90 | 60 | 155.61 | 30 |

| <i>Giorni</i> | $\Delta Orb.$ | <i>I intervallo</i> | | <i>II intervallo</i> | | <i>Unico interv.</i> | | $\Delta\lambda_{Fase}$ <i>Ascendente</i> | $\Delta\lambda_{Fase}$ <i>Discendente</i> |
|---------------|---------------|---------------------|------------------|----------------------|------------------|----------------------|------------------|---|--|
| | | $\lambda_{In.}$ | $\lambda_{Fin.}$ | $\lambda_{In.}$ | $\lambda_{Fin.}$ | $\lambda_{In.}$ | $\lambda_{Fin.}$ | | |
| 311 | 3216.5 | -64.735 | 90 | 0 | 0 | 90 | 60 | 154.73 | 30 |
| 321 | 3319.9 | -63.858 | -60 | 60 | 90 | 90 | 60 | 33.858 | 30 |
| 331 | 3423.4 | -62.981 | -60 | 60 | 90 | 90 | 24.981 | 32.981 | 65.019 |
| 341 | 3526.8 | -62.105 | -60 | 60 | 90 | 90 | 60 | 32.105 | 30 |
| 351 | 3630.2 | -61.228 | -60 | 60 | 90 | 90 | 60 | 31.228 | 30 |
| 361 | 3733.6 | -60.351 | 90 | 0 | 0 | 90 | 60 | 150.35 | 30 |

Tabella.2.5.3-1: Indicazione per ogni giorno e fase delle latitudini rilevabili.

A partire dalla tabella 2.5.3-1 si può ricavare, utilizzando il procedimento che da le condizioni di luce del paragrafo 2.4.3, quante volte ogni latitudine viene rilevata ovvero quante sono le orbite operative per ogni latitudine.

Conoscendo quindi il numero di passaggi che si hanno per ogni latitudine, si può calcolare qual è la parte di pianeta vista, considerando la strisciata che ogni passaggio dà e quindi per ogni latitudine si può ricavare la percentuale di pianeta vista.

La tabella 2.5.3-2 che segue dà indicazione, del numero di passaggi e la percentuale di pianeta rilevabile per ogni latitudine.

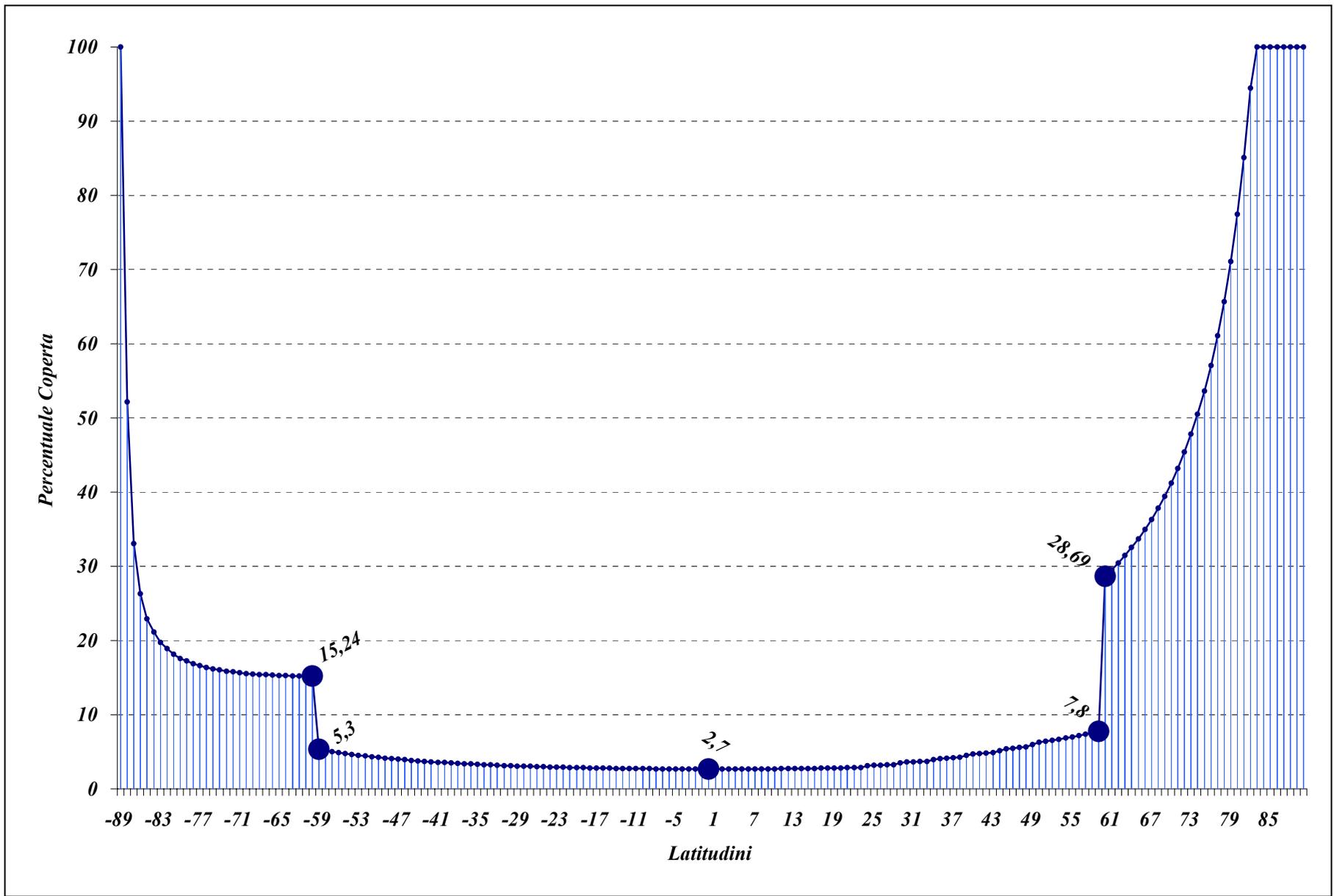
Per semplificare la lettura sono riportate le caratteristiche di copertura per intervalli di latitudini di 10°.

| <i>LAT.</i> | <i>Nr. Pass.</i> | <i>% Pianeta Coperta</i> | <i>Fasi Operative</i> |
|-------------|------------------|--------------------------|-----------------------|
| -89° | 352 | 100,00 | Asc. |
| -80° | 1407 | 17,60 | Asc. |
| -70° | 2586 | 15,54 | Asc. |
| -60° | 3775 | 15,24 | Asc. |
| -50° | 1365 | 4,25 | Asc. |
| -40° | 1365 | 3,54 | Asc. |
| -30° | 1365 | 3,12 | Asc. |
| -20° | 1365 | 2,86 | Asc. |
| -10° | 1365 | 2,72 | Asc. |
| 0° | 1365 | 2,67 | Asc. |
| 10° | 1365 | 2,71 | Asc. |
| 20° | 1365 | 2,83 | Asc. |
| 30° | 1613 | 3,61 | Asc./Disc. |
| 40° | 1862 | 4,69 | Asc./Disc. |
| 50° | 2110 | 6,29 | Asc./Disc. |
| 60° | 7550 | 28,69 | Asc./Disc. |
| 70° | 7550 | 41,23 | Asc./Disc. |
| 80° | 7550 | 77,43 | Asc./Disc. |
| 83° | 7550 | 100,00 | Asc./Disc. |
| 90° | 7550 | 100,00 | Asc./Disc. |

Tabella.2.5.3-1: Indicazione per ogni giorno e fase delle latitudini rilevabili.

Di seguito si riporta la figura 2.5.3-1 , che è stata estratta dalla tabella 2.5.3-1 (considerando tutte le latitudini) e che dà indicazioni di come varia la percentuale di pianeta coperta per ogni latitudine.

È importante sottolineare che in questa tabella si dà indicazione della superficie coperta, ma non dei particolari punti rilevati sulla superficie del pianeta.



A questo punto considerando le tabelle ed i grafici visti in questo paragrafo, si può abbinare alla percentuale di pianeta coperta per ogni latitudine, l'intervallo orbitale operativo, utile per l'individuazione dei luoghi del pianeta rilevabili ad ogni latitudine e la risoluzione ottenibile (intesa in termini di passaggi più vicini), che si riesce ad ottenere.

Una considerazione che si può fare sulla risoluzione di copertura, riguarda le latitudini che vanno da 60°-90°, infatti queste vengono rilevate per tutto il periodo della missione e quindi saranno operative tutte le orbite.

Da quanto detto si ricava allora che per l'intervallo di latitudini da 60°-90°, si avrà la risoluzione migliore ottenibile, che per la missione è la $ITD/2$, ovviamente come già anticipato, vista la durata della missione, questa caratteristica sarà verificata per gli intervalli orbitali ricavati nei paragrafi 2.3 e 2.4.

La tabella 2.5.3-3 che segue, conclude il discorso fatto, rappresentando per ogni intervallo di latitudini, l'intervallo orbitale che è operativo specificando la risoluzione migliore che si riesce ad ottenere per quelle latitudini e quali particolari orbite verificano questa condizione.

Nella tabella che segue, si avrà che:

- La distanza $d_{i,j}$ e la ITD sono calcolate nel paragrafo 2.3
- La fase indica qual è la fase operativa per quel particolare intervallo di latitudini, dove se c'è indicato:

- Asc. significa che è la fase ascendente è l'unica operativa,
- Disc. Asc. significa che sono le due fasi insieme che con G.T. che verificano certe condizioni (calcolate nel paragrafo 2.4) danno la particolare risoluzione
- Asc. oppure Disc., significa che entrambe ma separatamente verificano la condizione.

| <i>Intervallo Latitudini</i> | <i>Intervallo Orbitale di Copertura</i> | <i>Risoluzione Migliore</i> | <i>Intervallo Orbitale risoluzione Migliore</i> | <i>Fase</i> |
|--------------------------------|---|-----------------------------|---|----------------------------|
| $-90^\circ \div -87^\circ$ | $1 \div 606$ | $d_{i,j} * \cos(\lambda)$ | $1 \div 605$ | Asc. |
| $-86.8^\circ \div -66.3^\circ$ | $1 \div 3029$ | $d_{i,k} * \cos(\lambda)$ | $1 \div 2423$ | Asc. |
| $-66.2^\circ \div -60^\circ$ | $1 \div 3775$ | $I.T.D. * \cos(\lambda)$ | $1 \div 745$ | Asc. |
| $-60^\circ \div 23^\circ$ | $52 \div 258$ $652 \div 858$ $1252 \div 1458$ $1852 \div 2058$ $2451 \div 2658$ $3051 \div 3258$ $3651 \div 3775$ | $I.T.D. * \cos(\lambda)$ | $52 \div 228$ $661 \div 3775$ | Asc. |
| | | $d_{i,k} * \cos(\lambda)$ | $45 \div 252$ $645 \div 852$ $1245 \div 1452$ $1845 \div 2052$ $2445 \div 2652$ $3045 \div 3169$ | |
| $24^\circ \div 25^\circ$ | <i>Idem</i> $-60^\circ \div 23^\circ$ | $I.T.D./2 * \cos(\lambda)$ | $3393 \div 3516(Disc)$ $1879 \div 2002(Asc)$ | <i>Dis.</i> <i>Asc.</i> |
| $26^\circ \div 28^\circ$ | <i>Idem</i> $-60^\circ \div 23^\circ$ | | | Asc. |
| $29^\circ \div 30^\circ$ | <i>Idem</i> $-60^\circ \div 23^\circ$ | $I.T.D./2 * \cos(\lambda)$ | $2793 \div 2916(Disc)$ $1252 \div 1458(Asc)$ | <i>Dis.</i> <i>Asc.</i> |
| $31^\circ \div 33^\circ$ | <i>Idem</i> $-60^\circ \div 23^\circ$ | | | Asc. |
| $34^\circ \div 35^\circ$ | <i>Idem</i> $-60^\circ \div 23^\circ$ | $I.T.D./2 * \cos(\lambda)$ | $2193 \div 2316(Disc)$ $679 \div 802(Asc)$ | <i>Dis.</i> <i>Asc.</i> |

| <i>Intervallo Latitudini</i> | <i>Intervallo Orbitale di Copertura</i> | <i>Risoluzione Migliore</i> | <i>Intervallo Orbitale risoluzione Migliore</i> | <i>Fase</i> |
|------------------------------|--|-----------------------------|--|---|
| $36^\circ \div 38^\circ$ | <i>Idem</i> $-60^\circ \div 23^\circ$ | | | <i>Asc.</i> |
| $39^\circ \div 40^\circ$ | <i>Idem</i> $-60^\circ \div 23^\circ$ | $I.T.D./2 * \cos(\lambda)$ | $1593 \div 1716(\text{Disc})$ $79 \div 202(\text{Asc})$ | <i>Dis.</i> <i>Asc.</i> |
| $41^\circ \div 43^\circ$ | <i>Idem</i> $-60^\circ \div 23^\circ$ | | | <i>Asc.</i> |
| $44^\circ \div 45^\circ$ | <i>Idem</i> $-60^\circ \div 23^\circ$ | 10 km; | $993 \div 1117$ | <i>Dis.</i> <i>Asc.</i> |
| $46^\circ \div 48^\circ$ | <i>Idem</i> $-60^\circ \div 23^\circ$ | | | <i>Asc.</i> |
| $49^\circ \div 50^\circ$ | <i>Idem</i> $-44^\circ \div 45^\circ$ | | | <i>Dis.</i> <i>Asc.</i> |
| $50^\circ \div 60^\circ$ | <i>Idem</i> $-60^\circ \div 23^\circ$ | | | <i>Asc.</i> |
| $60^\circ \div 90^\circ$ | $1 \div 3775$ | $I.T.D./2 * \cos(\lambda)$ | $1 \div 745$ | <i>Dis.</i> <i>Asc.</i> |
| | | $d_{i,k} * \cos(\lambda)$ | $1 \div 3029$ | <i>Dis.</i> <i>oppure</i> <i>Asc.</i> |

Tabella.2.5.3-3: Indicazione per intervalli di latitudini rilevabili delle orbite operative e della risoluzione migliore ottenibile con indicazione dell'intervallo orbitale che verifica la condizione ottimale

Utilizzando i valori in questa tabella abbinandole i valori di copertura ottenuti in termini percentuali, si possono quindi ricavare per ogni intervallo di latitudini quale sia la superficie del pianeta rilevata individuando anche quali particolari zone si vedono e quale risoluzione si ha per ogni zona. Si potrà dedicare attenzione per i punti che hanno risoluzione migliore, o un interesse particolare.

Cap. 3. La missione Bepi-Colombo valutazioni dell'orbita

3.1. Introduzione - Condizioni ambientali

Questo capitolo affronta l'analisi dell'orbita reale del Mercury Polar Orbiter (MPO) della missione Bepi-Colombo. La finalità dello studio è di calcolare le conseguenti variazioni dell'orbita ideale, una volta valutati i disturbi presenti in questo scenario. Prima di considerare quali siano gli effetti che maggiormente influenzano l'orbita, si riportano di seguito le condizioni ambientali presenti sul pianeta Mercurio [13] ed a partire da queste verranno individuate le perturbazioni di cui tenere conto.

Mercurio è il pianeta più vicino al Sole, orbita in senso diretto ad una distanza media di 0.3871 UA. L'eccentricità orbitale è piuttosto elevata, 0.205, (ben 15 volte superiore a quella della Terra). Visto da Mercurio il Sole ha un diametro apparente medio di 1.4° , 2.8 volte superiore a quello visibile dalla Terra, ma arriva a 1.8° durante il passaggio al perielio. Il rapporto fra il flusso solare al perielio e quello all'afelio è 2.3, da confrontare con l'1.07 della Terra. Il diametro del pianeta misura 4878 km, paragonabile a quello della Luna (3476 km), e 2.6 volte inferiore a quello della Terra. A dispetto delle piccole dimensioni geometriche, la massa di Mercurio è 4.4 volte quella del nostro satellite, con il risultato che la densità media è: 5.44 g/cm^3 . Solo la Terra, con i suoi 5.52 g/cm^3 , è leggermente più densa di Mercurio. La rotazione di Mercurio attorno al proprio asse è in senso

diretto (antiorario se visto dal polo nord dell'eclittica), ed ortogonale al suo piano orbitale (l'inclinazione è di soli 0.1° con un'incertezza del 10%): non esistono le stagioni come sulla Terra o su Marte. Il periodo di rotazione di Mercurio è di 58.646 giorni terrestri, pari a $2/3$ del suo periodo orbitale: ogni tre rotazioni sul proprio asse il pianeta compie due orbite attorno al Sole. Quello di Mercurio è stato il primo esempio di risonanza $2/3$ nel Sistema Solare. Il fatto che i periodi di rotazione e rivoluzione siano commensurabili è un effetto delle maree solari sul pianeta e di un'asimmetria permanente del piano equatoriale di Mercurio (l'ellissoide d'inerzia del pianeta deve deviare dalla simmetria rotazionale). I valori caratteristici per Mercurio sono elencati nella Tabella 3.1-1 [13].

| Principali parametri orbitali e fisici di Mercurio | |
|---|-------------------------|
| <i>Semiassse maggiore dell'orbita:</i> | 0.3871 UA |
| <i>Eccentricità:</i> | 0.205 |
| <i>Inclinazione dell'orbita sull'eclittica:</i> | $7^\circ 0' 15''$ |
| <i>Velocità orbitale media:</i> | 47.89 km/s |
| <i>Periodo di rivoluzione siderale:</i> | 87.969 giorni |
| <i>Periodo sinodico:</i> | 115.9 giorni |
| <i>Diametro equatoriale:</i> | 4878 km |
| <i>Massa:</i> | $3.301 \cdot 10^{23}$ g |
| <i>Densità media:</i> | 5.44 g/cm^3 |
| <i>Inclinazione dell'asse di rotazione:</i> | $0.1^\circ (\pm 10\%)$ |
| <i>Accelerazione di gravità:</i> | 3.6 m/s^2 |
| <i>Velocità di fuga:</i> | 4.25 km/s |
| <i>Periodo di rotazione siderale:</i> | 58d 15h 38m |
| <i>Albedo:</i> | 0.055 |

Tab.3.1-1: Valori dei parametri orbitali e fisici di Mercurio [13]

L'atmosfera di Mercurio è estremamente rarefatta: la densità media è di soli 10^5 atomi/cm³, molto migliore del "vuoto" che si riesce ad ottenere nei laboratori terrestri. La temperatura del gas è di circa 500K, cui corrisponde una pressione superficiale di $7 \cdot 10^{-12}$ mbar (la pressione dell'atmosfera terrestre è in media di 1013 mbar). Il libero cammino medio di una particella atmosferica (cioè la distanza media fra un urto e il successivo), è di 300000 km, molto maggiore dell'altezza di scala dell'atmosfera (che per l'idrogeno è di 1000 km): in questi casi ci si trova in presenza di una esosfera più che di un'atmosfera. In una esosfera gli urti fra particelle sono trascurabili, quello che domina è l'interazione particella-suolo. I valori caratteristici per l'atmosfera di Mercurio sono elencati nella Tabella 3.1-2 [13].

| Tabella 3: composizione dell'atmosfera di Mercurio | |
|---|--------------------------------------|
| Specie | Particelle per cm³ |
| <i>Idrogeno</i> | 20 |
| <i>Elio</i> | 6000 |
| <i>Ossigeno</i> | < 40 000 |
| <i>Sodio</i> | 20 000 |
| <i>Potassio</i> | 500 |

Tab.3.1-2: Valori della composizione dell'atmosfera di Mercurio [13]

Viste le particolari condizioni descritte, lo studio dell'orbita reale è affrontato considerando i seguenti effetti perturbativi all'orbita ideale Kepleriana:

- a) Effetto gravitazionale di Mercurio dovuto alla seconda armonica zonale J_2 ;

- b)* Effetto del Sole considerato come terzo corpo;
- c)* Effetto della pressione di radiazione solare.

Nei paragrafi che seguono si considerano prima le descrizioni fisiche delle perturbazioni elencate e poi si utilizzeranno i risultati per calcolare l'orbita reale con il metodo numerico di Encke's, che viene dettagliatamente descritto nel paragrafo 3.5.

3.2. Campo Gravitazionale di Mercurio

Il campo gravitazionale generato nel caso ideale dei due corpi, sappiamo essere esprimibile con la nota relazione che ne dà il potenziale, che risulta essere [14]:

$$V = - \frac{\mu}{R} \quad (3.2.1)$$

dove μ = costante gravitazionale del pianeta (Km^3/s^2)

R = raggio del punto individuato sull'orbita (Km)

Nella realtà il campo gravitazionale nella sua espressione completa, vede la presenza di altri termini, rappresentativi dei contributi dovuti alla forma del pianeta. L'espressione completa del potenziale risulterà allora [14]:

$$V = - \frac{\mu}{R} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{\rho=0}^n \left(\frac{R_{eq.}}{R} \right)^{\rho} P_n^{\rho}(\sin \delta) [C_{n,\rho} \cos(\rho l) + S_{n,\rho} \sin(\rho l)] \quad (3.2.2)$$

dove i termini rappresentano:

$R_{eq.}$ = raggio equatoriale (Km)

P_n = polinomio di Legendre con parametro ($\sin \delta$);

l = longitudine (tiene conto della rotazione propria del pianeta ed è espressa in gradi °)

$C_{n,\rho}$ = coefficiente del coseno;

$S_{n,\rho}$ = coefficiente del seno;

δ = latitudine geocentrica (espressa in gradi °)

Se si effettuano delle semplificazioni alla espressione (3.2.2), si ottiene una forma più versatile ed efficace per gli studi cui siamo indirizzati. La semplificazione che si può fare, è quella di non considerare l'asimmetria lungo la longitudine, così da ottenere [14]:

$$V = -\frac{\mu}{R} \left[1 - \sum_{n=2}^{\infty} J_n \left(\frac{R_{eq.}}{R} \right)^n P_n^q(\sin \delta) \right] \quad (3.2.3)$$

con

J_n = costante sperimentale (*adimensionale*).

Nel considerare i valori di “J”, che sono rappresentativi delle armoniche fondamentali, ha senso considerare solo il contributo della seconda armonica zonale J_2 .

Il valore della seconda armonica zonale è noto per Mercurio e vale $60 \cdot 10^{-6}$ [5].

Applicando le semplificazioni descritte dal nuovo potenziale ottenuto, si possono ricavare le accelerazioni delle tre componenti lungo le direzioni del riferimento inerziale considerando la differenza di potenziale $a = -\nabla V$. Risulterà:

$$\underline{a} = -\underline{\nabla}V = -\left(\frac{\partial V}{\partial X} \underline{I} + \frac{\partial V}{\partial Y} \underline{J} + \frac{\partial V}{\partial Z} \underline{K} \right) \quad (3.2.4)$$

dove

$$\ddot{X} = a_x = -\left(\frac{\partial V}{\partial X} \underline{I} \right)$$

$$\ddot{Y} = a_y = -\left(\frac{\partial V}{\partial X} \underline{J}\right)$$

$$\ddot{Z} = a_z = -\left(\frac{\partial V}{\partial X} \underline{K}\right)$$

Nella figura 3.2.1 è schematizzata l'accelerazione di disturbo lungo l'orbita nelle sue tre componenti nelle direzioni inerziali.

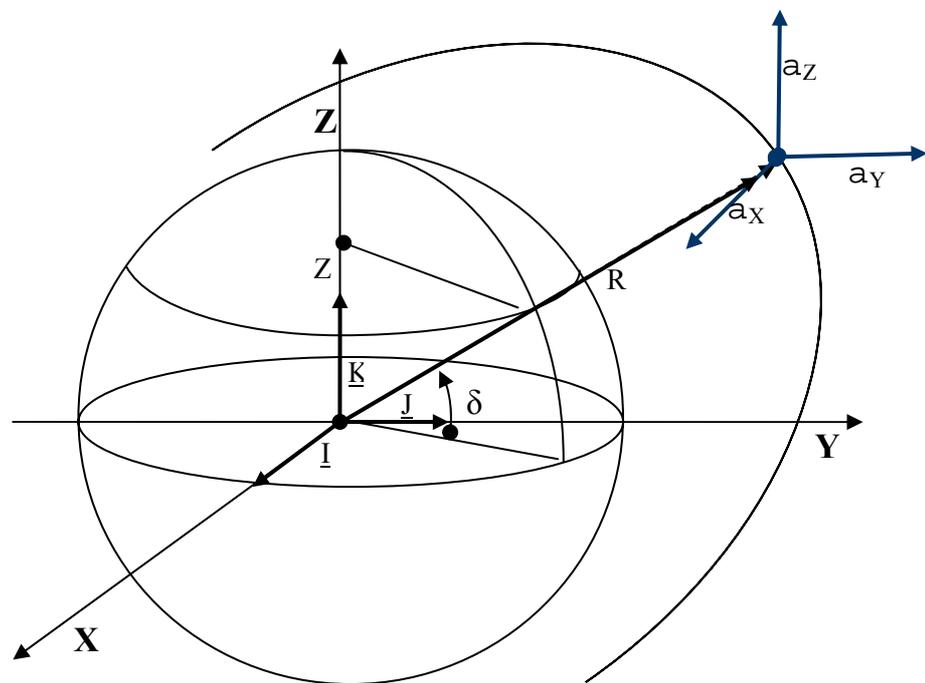


Figura 3.2.1-Schematizzazione delle componenti dell'accelerazione di disturbo

Osservando ancora che:

$$\sin \delta = Z / R ;$$

con

Z = coordinata del punto dell'orbita lungo l'asse polare
 si avrà che il polinomio di Legendre sarà in Z/R .

Ipotizzando che il corpo sia a simmetria assiale, si potrà lavorare indipendentemente nel riferimento fisso o in quello mobile.

L'espressione delle accelerazioni lungo gli assi inerziali ricavate dalla relazione 3.2.3 sono rappresentate dalle seguenti relazioni [15]:

$$\ddot{X} = -\frac{\mu X}{R^3} \left[1 - J_2 \frac{3}{2} \left(\frac{R_{eq.}}{R} \right)^2 \left(5 \frac{Z^2}{R^2} - 1 \right) \right]$$

$$\ddot{Y} = \frac{Y}{X} \ddot{X} \tag{3.2.5}$$

$$\ddot{Z} = -\frac{\mu Z}{R^3} \left[1 + J_2 \frac{3}{2} \left(\frac{R_{eq.}}{R} \right)^2 \left(3 - 5 \frac{Z^2}{R^2} \right) \right]$$

Da quanto visto si può ottenere l'ordine di grandezza della perturbazione dovuta a J_2 , ricavando l'accelerazione per punti particolari dell'orbita.

L'espressione dell'accelerazione agente su un punto dell'orbita dell'MPO che dà le tre componenti espresse nella 3.2.5 è [15]:

$$\underline{a} = \frac{\mu \cdot J_2 \cdot R_{eq.}}{R^3} \cdot \left[1 - 3 \cdot \left(\frac{z}{R} \right)^2 \right] \tag{3.2.6}$$

da cui l'ordine di grandezza del disturbo.

Risulterà allora per l'apocentro ed il pericentro, scelti come punti di riferimento dell'orbita dell'MPO per la valutazione del disturbo, che:

$$a_{pert.,Ap.} = 7.45 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}^2$$

$$a_{pert.,Per.} = 1.99 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}^2$$

Con i valori dei parametri della 3.2.6 che sono di seguito indicati :

$$\mu = 0.02203 \text{ (Km}^3/\text{s}^2)$$

$$J_2 = 60 \cdot 10^{-6}$$

$$R_{eq} = 2439.7 \text{ (Km)}$$

$$R = 1500 - 400 \text{ (Km)}$$

Gli ordini di grandezza ricavati permettono di valutare l'impatto delle varie perturbazioni.

Dalle espressioni date per le accelerazioni di disturbo, si potrà nel metodo risolutivo di Encke's valutare i valori per ogni punto dell'orbita e quindi per ogni istante di tempo, per tutta la durata della missione.

3.3. Effetto del Sole considerato come terzo corpo

In questo paragrafo, si valuterà l'ordine di grandezza e la variazione della perturbazione dovuta all'attrazione del Sole, condizione tale da dar luogo al fenomeno del terzo corpo[16].

Per ricavare l'espressione che assume il disturbo e stimarne l'ordine di grandezza consideriamo la schematizzazione in figura 3.3.1 rappresentativa delle posizioni relative tra Sole, Mercurio e S/C :

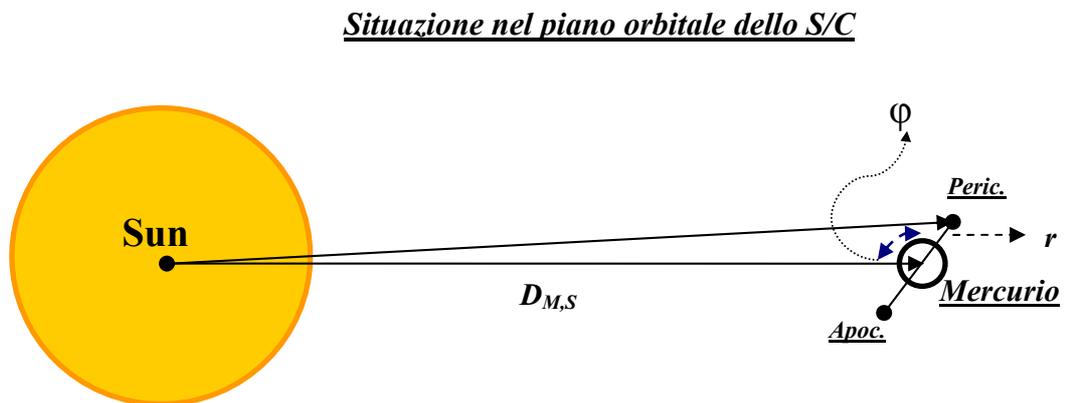


Figura 3.3.1-Schematizzazione delle posizioni relative Sole-Mercurio-Satellite

Gli elementi caratterizzanti questa analisi saranno le seguenti distanze indicate in figura:

$D_{M,S}$ = distanza Mercurio-Sole

r = distanza Satellite-Mercurio

ϕ = angolo relativo tra raggio vettore dello S/C e del Sole, rispetto a Mercurio

L'accelerazione perturbatrice su un punto dell'orbita dell'MPO dovuta all'azione del Sole, è rappresentata dalla seguente relazione [16]:

$$a_{pert.} = \frac{GM}{(D_{M,S})^2} \left[3 \left(\frac{\vec{D}_{M,S} \cdot \vec{r}}{D_{M,S}^2} \right) \frac{\vec{D}_{M,S}}{D_{M,S}} - \frac{\vec{r}}{D_{M,S}} \right] \quad (3.3.1)$$

Con

G = costante gravitazione universale = $6.67 \cdot 10^{-7} (N \cdot m^2 / s^2)$

M = massa del Sole = $2 \cdot 10^{30} (Kg)$

Data l'accelerazione di disturbo (3.3.1), vanno fatte le seguenti considerazioni:

- L'accelerazione perturbatrice è ottenuta dall'azione del Sole rispetto al moto dello S/C intorno a Mercurio ovvero dal moto relativo dello S/C rispetto a Mercurio;
- L'angolo relativo tra direzione del Sole e raggio vettore dello S/C (φ i figura 3.3.1), ripartirà il disturbo lungo due direzioni preferenziali, che sono: la direzione del Sole e la direzione del raggio vettore, rispetto a Mercurio, dello S/C ;
- La perturbazione sarà massima quando la direzione del Sole coincide con la direzione del raggio vettore e minima quando le due direzioni saranno ortogonali;
- Per valutare correttamente la perturbazione si deve anche considerare l'inclinazione del P.O. rispetto al Sole. Infatti quando non si ha allineamento tra P.O e direzione del Sole la perturbazione ottenuta dalla relazione 3.3-1 si scomporrà, nelle

direzioni ortogonale e parallela al P.O.. Individuate le componenti rispetto al P.O. sarà la componente parallela ad avere variazione con φ , mentre la componente ortogonale assumerà per tutti i punti dell'orbita il valore che si ha per $\varphi=90^\circ$. Questo effetto è dovuto al fatto che l'angolo tra direzione del Sole e P.O. farà sì che la perturbazione non sia tutta contenuta nel P.O..

A questo punto si può valutare l'ordine di grandezza del disturbo, considerando posizioni particolari di Mercurio rispetto al Sole, ovvero posizioni tali da dare valori significativi della perturbazione sull'orbita. Come posizioni particolari di Mercurio rispetto al Sole si possono considerare quelle di Afelio e Perielio che verificano le condizioni estreme per la perturbazione ovvero che sono indicative dell'incidenza massima e minima del disturbo.

Sostituendo nella relazione (3.3.1) i valori che $D_{M,S}$ assume all'Afelio ed al Perielio si ottiene, nella condizione peggiore ovvero $\varphi=0$ (allineamento direzione del Sole-P.O.-S/C):

$$a_{pert.,Af.} = 1.17 \cdot 10^{-6} \text{ m/s}^2 \quad (3.3.2)$$

$$a_{pert.,Per.} = 4.11 \cdot 10^{-6} \text{ m/s}^2$$

Dagli ordini di grandezza ottenuti, paragonabili a quelli della perturbazione di J_2 , si capisce che l'effetto del Sole come terzo corpo non è trascurabile in questo scenario, ed è quindi giusto tenerne conto nello studio dell'orbita reale.

Per completare l'analisi deve essere data una valutazione temporale dell'accelerazione perturbatrice lungo le direzioni inerziali. Queste si otterranno a partire sempre dalla relazione 3.3-1, una volta che siano state calcolate le due componenti del disturbo rispetto al P.O..

Le componenti dell'accelerazione nel riferimento inerziale si ottengono quindi a partire dalle componenti del disturbo rispetto al P.O., ovvero dalla conoscenza dell'inclinazione relativa tra la direzione del Sole e P.O.. Il primo passo quindi è quello di individuare la direzione relativa Sole-P.O.. In figura 3.3.2 è indicato come varia quest'angolo che è computato rispetto al pericentro dell'orbita dell'MPO in senso antiorario:

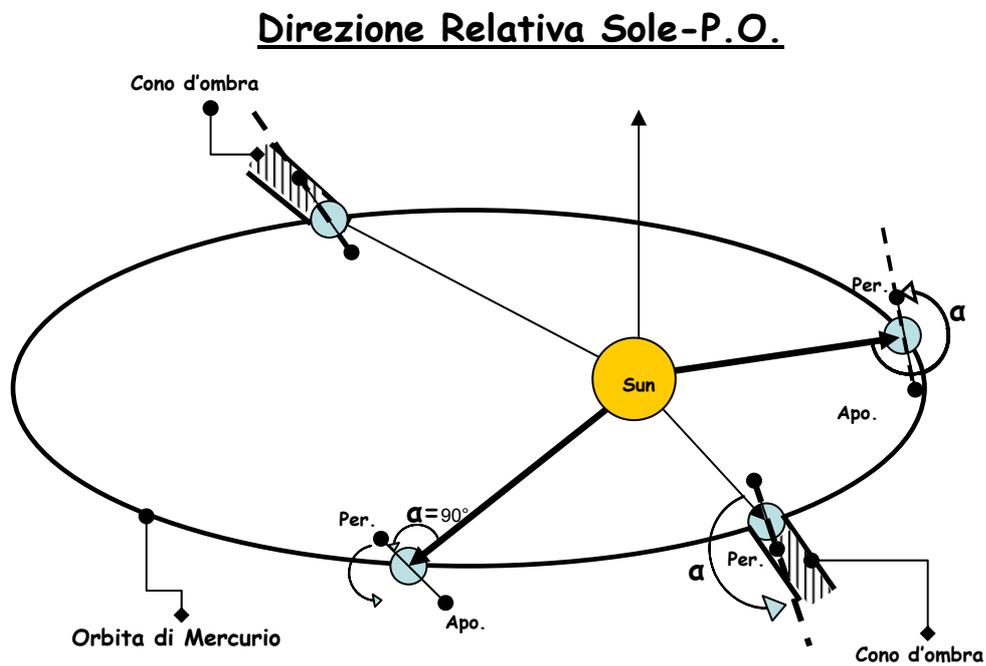


Figura 3.3.2-Schematizzazione della direzione Sole-P.O.

Quest'angolo è stato stimato mediante una opportuna routine sviluppata in linguaggio MatLab che permette di ricavare l'orbita reale con il metodo Encke's.

Nella figura 3.3-3 si schematizza invece in che modo si ottengono le componenti del disturbo nelle direzioni parallela ed ortogonale al P.O. considerando due situazioni d'incidenza diverse, rispettivamente per $\alpha < 90^\circ$ e $\alpha > 90^\circ$.

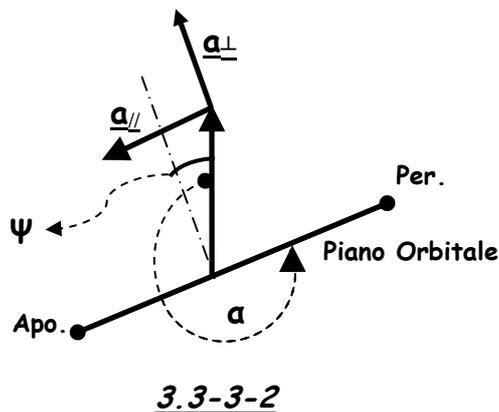
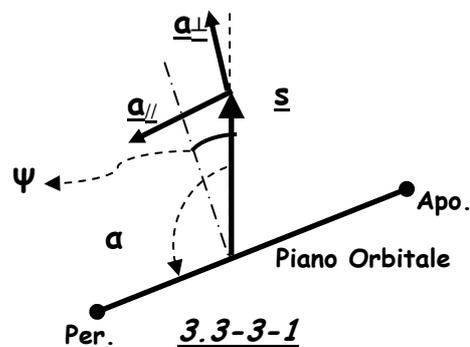


Figura 3.3.3- Schematizzazione delle componenti del disturbo del Sole 3.3-3-1: $\alpha < 90^\circ$; 3.3-3-2: $\alpha > 90^\circ$. I due contributi dell'accelerazione verificano condizioni diverse di orientamento nei due casi

Si osserva dalla figura 3.3.3 che a seconda dell'angolo α cambia, rispetto l'orbita, la direzione della perturbazione.

Noto che sia l'angolo tra P.O. e Sole, le componenti parallela ed ortogonale al P.O. si otterranno dalle seguenti relazioni :

$$\underline{a}_{//} = \underline{a}_{Pert.} \cdot \sin \psi \quad (3.3.3)$$

$$\underline{a}_{\perp} = \underline{a}_{Pert.} \cdot \cos \psi$$

dove

$$\psi = \alpha - 90^{\circ}; \quad \text{se } \alpha < 180^{\circ};$$

$$\psi = 360 - \alpha - 90^{\circ}; \quad \text{se } \alpha > 180^{\circ};$$

se $\alpha = 180^{\circ} + k \cdot 180^{\circ}$; allora si avrà solo $\underline{a}_{//}$.

Per le componenti lungo le direzioni inerziali, l'angolo che si utilizzerà sarà l'anomalia del N.A. istantanea.

Va sottolineato che la componente parallela varierà con la direzione del raggio vettore e quindi avrà componenti lungo le tre direzioni inerziali, mentre la componente ortogonale avrà sempre la stessa direzione per tutti i punti dell'orbita ed avrà solo le componenti lungo gli assi del piano equatoriale.

3.4. Effetto della Pressione di Radiazione Solare

Partendo dalla considerazione fisica che ad ogni trasporto di energia, si associa un trasporto di quantità di moto, è opportuno considerare, vista la distanza dal Sole, l'intensità della pressione di radiazione solare e quindi la perturbazione che può scaturire da questo fenomeno all'orbita dello S/C.

A partire dal valore della costante solare I_0 (W/m^2) per le varie posizioni di Mercurio rispetto al sole, possiamo ricavare il valore del flusso della quantità di moto p per unità di area e di tempo dalla relazione 3.4.1 [17]:

$$p = \frac{I_0}{c} \tag{3.4.1}$$

dove

c = velocità della luce

Anche in questo caso il problema è la schematizzazione del disturbo nel tempo. Così come già fatto per la perturbazione del Sole come terzo corpo, anche in questo caso possiamo considerare le componenti dell'accelerazione di disturbo in funzione della direzione relativa tra Sole e P.O..

Per questa perturbazione però vanno fatte alcune considerazioni che sono specifiche del problema.

Va considerato che la forza è la risultante di una pressione che agirà su una superficie, quindi si deve schematizzare lo S/C con una

superficie che sia quanto più vicina alla realtà. Schematizzando lo S/C come un parallelepipedo, possiamo considerare due superfici rivolte al Sole ed ortogonali tra loro, ossia una con normale nel P.O. e diretta lungo il raggio vettore e l'altra con normale ortogonale al P.O.. In questo modo è possibile considerare la pressione che può incidere sul satellite nelle due direzioni. La schematizzazione per la valutazione della forza è riportata in figura 3.4.1:

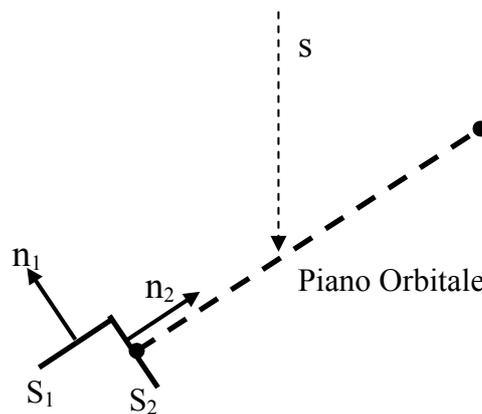


Figura 3.4.1-Schematizzazione delle superfici de lo S/C per lo studio della Pressione Solare

Nel calcolo della forza derivante dalla pressione solare si devono considerare tre contributi:

- quello della radiazione che viene assorbita
- quello della radiazione riflessa specularmente
- quello della radiazione riflessa in modo diffuso.

Queste tre forze forniscono la risultante che agisce sulla superficie investita dalla radiazione solare.

I tre contributi, dovuti ai modi diversi di interagire con la radiazione solare, saranno caratterizzati da coefficienti che tengono conto delle caratteristiche fisiche della superficie.

Nel caso di superficie piana la risultante delle forze la si ottiene dalla relazione seguente [18]:

$$\underline{F} = -p(1-C_r)\cos\theta\cdot\underline{\hat{s}}\cdot dA - 2p\cdot(C_r\cos\theta + \frac{1}{3}C_d)\cos\theta\cdot\underline{\hat{n}}\cdot dA \quad (3.4.2)$$

Dove

C_r = Coeff. per riflessione speculare

C_d = Coeff. per riflessione diffusa

C_a = Coeff. per assorbimento (non presente perché contenuto in $1 - C_r$)

θ = Angolo tra direzione del Sole e normale alla superficie

dA = Area elementare

p = Quantità di moto per unità di area

Dalla relazione 3.4.2 è evidente che la pressione solare ha due componenti: una nella direzione del Sole (\hat{s}) ed un'altra nella direzione della normale alla superficie (\hat{n}).

Una ipotesi semplificativa che si può fare è quella di considerare la superficie dello S/C completamente riflettente così da avere che $C_r=1$ e gli altri due coefficienti nulli (C_a e C_d) così da avere nella relazione 3.4.2 solo il termine legato a C_r . Considerare la superficie completamente riflettente è un ipotesi non restrittiva, in quanto dato

il valore della costante solare è conveniente avere meno energia possibile assorbita (quindi potrebbe essere una caratteristica desiderata) ed inoltre essendo lo studio mirato ad individuare l'effetto della perturbazione, con questa ipotesi non lo si elimina o riduce in intensità.

Anche in questo caso possiamo ricavare indicazioni sull'ordine di grandezza del disturbo, considerando posizioni particolari di Mercurio quali ad esempio quella di Afelio e Perielio.

L'ordine di grandezza nei due casi si ottiene dalla relazione 3.4.2 ponendo $C_r=1$ ossia :

$$\underline{F} = -2p \cdot (C_r \cos \theta) \cos \mathcal{G} \cdot \underline{\hat{n}} \cdot dA \quad (3.4.3)$$

Nell'ipotesi che il P.O. sia ortogonale alla direzione del Sole e tutta la pressione agisca su un'unica superficie (ortogonalmente) si ottiene:

$$a_{pert.,Af.} = 9,66 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}^2$$

$$a_{pert.,Per.} = 2,09 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}^2$$

Con i valori dei termini della relazione 3.4.3 che sono:

$$p = 14489 \text{ (W/m}^2\text{)}$$

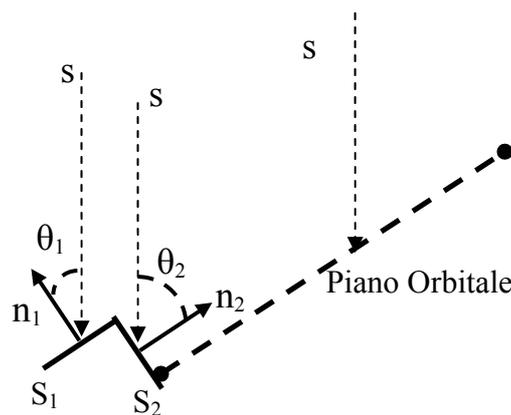
$$\theta = 90^\circ$$

$$C_r = 1$$

$$dA = 1 \text{ (m}^2\text{)}$$

Per valutare il disturbo nel tempo, si considererà la direzione delle normali alle superfici ipotizzate, che con l'ipotesi semplificativa fatta

sul coefficiente di riflessione ($C_r=1$), saranno quelle lungo le quali si avrà il disturbo: una sarà nel P.O. nella direzione del raggio vettore ed una sarà ortogonale al P.O.. Le due componenti si otterranno specificando la relazione 3.4.3 con gli angoli θ_1 e θ_2 di figura 3.4.2.



FFigura 3.4.2-Indicazione degli angoli tra Sole e superfici che rappresentano lo S/C nella valutazione della Pressione di Radiazione Solare

Anche in questo caso una volta individuate le accelerazioni lungo le due direzioni scelte, si possono ricavare le componenti lungo le direzioni inerziali considerando l'anomalia del N.A.. La direzione ortogonale al P.O. avrà componenti nel piano equatoriale, mentre le componenti del contributo nella direzione radiale saranno lungo i tre assi e si ricaveranno oltre che dall'anomalia del N.A. anche dall'anomalia del raggio vettore dell'orbita dell'MPO.

3.5. *Calcolo dell'orbita perturbata:*

Metodo di Encke

Per il calcolo di un'orbita reale ovvero che tenga conto dei contributi delle accelerazioni perturbatrici, si possono utilizzare tecniche diverse, in particolare si distinguono tecniche cosiddette “speciali” che prevedono l'integrazione dell'equazione del moto e “generaliste” che permettono di avere indicazioni considerando relazioni dettate da considerazioni fisiche.

Tra le tecniche speciali ricordiamo quelle di Encke's e Cowell mentre come metodo generale si può considerare quello della “variazione dei parametri orbitali”.

Tutti i metodi che risolvono lo studio di orbite perturbate, hanno come obiettivo la risoluzione dell'equazione [19]

$$\ddot{\underline{r}} = -\frac{\mu}{r^3}\underline{r} + \underline{a}_p \quad (3.5.1)$$

dove

μ = costante gravitazionale di Mercurio

r = raggio vettore dell'orbita dell'MPO

\underline{a}_p = somma delle accelerazioni di disturbo.

Nel presente studio l'analisi dell'orbita sarà affrontata utilizzando il metodo di Encke's [19], basato sulla linearizzazione dell'equazione 3.5.1. Con il metodo scelto, si studieranno le variazioni nel tempo dei

parametri orbitali una volta note le condizioni istante per istante nelle tre direzioni inerziali del raggio vettore in presenza delle perturbazioni rispetto alla condizione nominale. Indicando l'orbita ideale Kepleriana come orbita osculatrice, in figura 3.5.1 viene schematizzato il parametro $\Delta r(t)$ che individua l'orbita reale, di raggio vettore $R(t)$ in presenza di perturbazioni, al variare del tempo t :

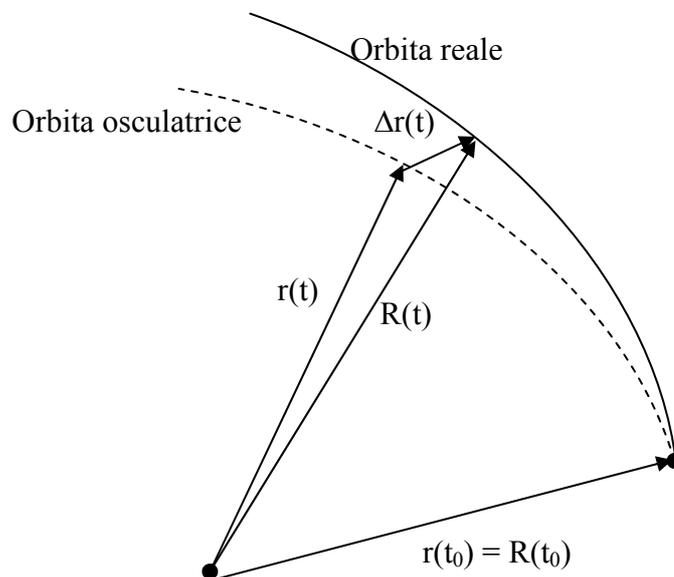


Figura 3.5.1-Schematizzazione del metodo Encke's

Il valore incognito istante per istante del parametro $\Delta r(t)$, si ottiene considerando che (vedi figura 3.5.1)

$$R(t) = r(t) + \Delta r(t)$$

da cui

$$\ddot{R}(t) = \ddot{r}(t) + \Delta \ddot{r}(t) \quad (3.5.2)$$

Applicando l'equazione 3.5.1 alla 3.5.2 si ottiene :

$$\Delta \ddot{r} = \ddot{R} - \ddot{r} = -\frac{\mu}{R^3} R + \underline{a}_p + -\frac{\mu}{r^3} r \quad (3.5.3)$$

che effettuando una linearizzazione sul termine r^3/R^3 con l'espansione in serie di Taylor arrestata al primo termine, con la posizione:

$$\frac{R^2}{r^2} = (1 + 2\varepsilon) \Rightarrow \varepsilon = 1 - \frac{r^2}{R^2} ; \quad \varepsilon \ll 1$$

che da

$$\frac{R^3}{r^3} = (1 + 2\varepsilon)^{-3/2} = 1 - \frac{3}{2} 2\varepsilon + \dots ;$$

permette di ottenere come risultato a partire dalla 3.5.2 [17] l'equazione 3.5.4, dalla quale si ricava il valore cercato:

$$\Delta \ddot{r} = \underline{a}_p + \frac{\mu}{r^3} \left[\left(1 - (1 - 2\varepsilon)^{-3/2} \right) \cdot r - \Delta r \right] \quad (3.5.4)$$

La relazione 3.5.4 una volta noto il termine perturbativo \underline{a}_p , dà il valore di Δr nell'intervallo d'integrazione considerato ovvero per un tempo Δt che rappresenta il passo d'integrazione per la linearizzazione.

Il metodo è alle differenze finite ed è proprio l'intervallo temporale Δt che permette di ottenere la linearizzazione. La procedura risolutiva

per il calcolo dell'orbita reale si sviluppa secondo i seguenti passi [17]:

- 1- All'istante t_0 si considerano l'orbita osculatrice (ideale Kepleriana) e reale coincidenti, ossia :

$$\Delta \underline{\ddot{r}}(t_0) = \underline{a}_p$$

\underline{a}_p = valore della perturbazione all'istante zero

Si ricava così Δr all'istante t_1 ovvero all'istante finale dell'intervallo d'integrazione. Inizialmente si considera $\varepsilon(t_0)=0$ nell'equazione 3.5.4. Si effettua la verifica del valore di Δr trovato, che dovrà dare una variazione rispetto all'orbita ideale entro un certo limite di tolleranza fissato a priori. Se non si è entro tale limite si riduce il tempo che dà il passo d'integrazione fino ad ottenere un valore tollerato.

- 2- Si passa quindi all'istante $t_0+\Delta t$, istante iniziale del nuovo intervallo d'integrazione per il quale i valori di Δr , $R(t_0+\Delta t)$, $\varepsilon(t_0+\Delta t)$ sono noti o meglio sono ricavabili in quanto si ottengono specializzando l'orbita osculatrice in $t_0+\Delta t$ e considerando Δr ricavato dal passo d'integrazione che precede.
- 3- Si ricava quindi il valore di $\Delta r(t)$ dalla 3.5.4 e si effettua una verifica sul procedimento, valutando il rapporto $\Delta r(t)/r(t)$, che dovrà essere inferiore al valore limite tollerabile, fissato a priori in base all'approssimazione richiesta per il calcolo dell'orbita.

4- Se il rapporto $\Delta r(t)/r(t)$ è inferiore al limite imposto allora si integra al passo successivo, e si riparte dal passo 2, altrimenti si cambia l'orbita osculatrice e si riparte con una nuova orbita osculatrice con istante t_0 coincidente con l'ultimo passo "tollerato" ripetendo il procedimento dal passo 1.

E' importante osservare come l'accuratezza dei risultati dipenda dall'intervallo d'integrazione scelto potendo avere passi d'integrazione diversi per orbite osculatrici diverse. L'intervallo di integrazione sarà l'elemento caratterizzante l'accuratezza e l'efficienza dell'intero procedimento.

Proiettando lungo le tre direzioni inerziali i valori del raggio vettore dell'orbita reale, si possono ottenere tutti i parametri caratteristici dell'orbita ad ogni passo d'integrazione avendone così anche la variazione nel tempo.

Formalizzando l'intero procedimento con una routine sviluppata in linguaggio MatLab™ sono stati ottenuti per un intervallo di simulazione pari ad un centesimo del periodo di rivoluzione di Mercurio, pari ad un giorno solare terrestre, i valori delle perturbazioni e quindi dei Δr relativi. Dai valori ottenuti per le perturbazioni e dagli andamenti dei parametri quali eccentricità e semiasse maggiore, si evince che oltre all'effetto dovuto a J_2 , precessione del pericentro, le altre perturbazioni presenti sono tali da ingenerare variazioni di tutti i parametri orbitali per l'intera missione,

portando così a variazioni significative rispetto la condizione nominale.

Di seguito si riportano i diagrammi rappresentativi dei risultati ottenuti con la procedura descritta. In figura 3.5.2 si riporta l'andamento dell'orbita reale per la durata della simulazione. Si può notare come essa risulti da un processo di interpolazioni successive.

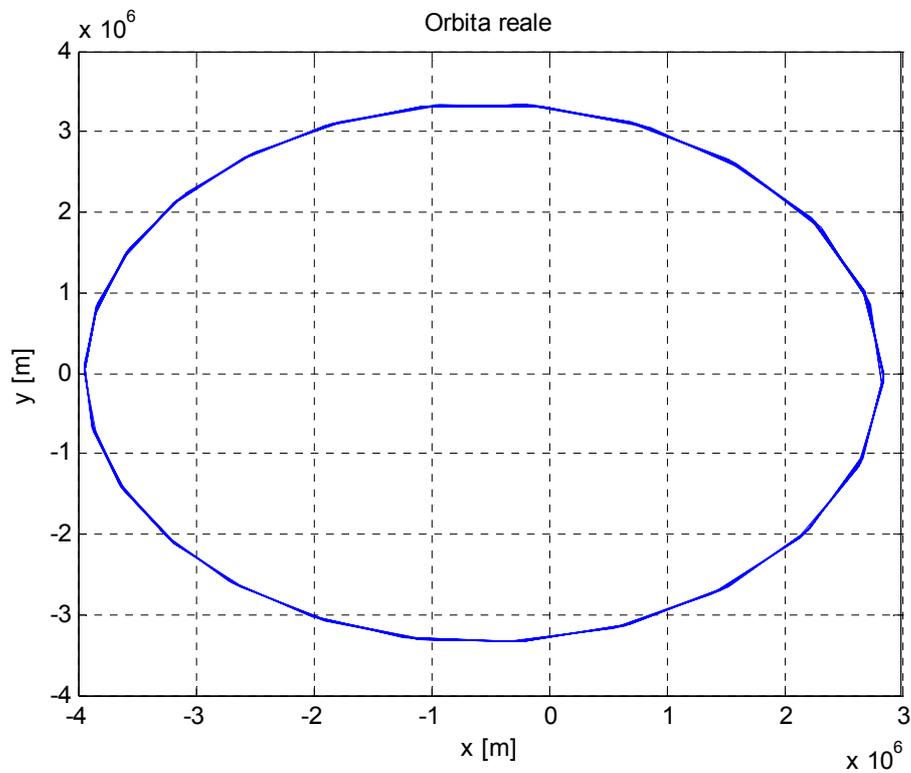


Figura 3.5.2-Andamento dell'orbita reale

Nella figura 3.5.3 si riportano invece gli andamenti delle componenti dell'accelerazione perturbatrice risultante, somma dei contributi di J_2 , Sole come terzo corpo e pressione di radiazione solare, lungo le tre direzioni inerziali.

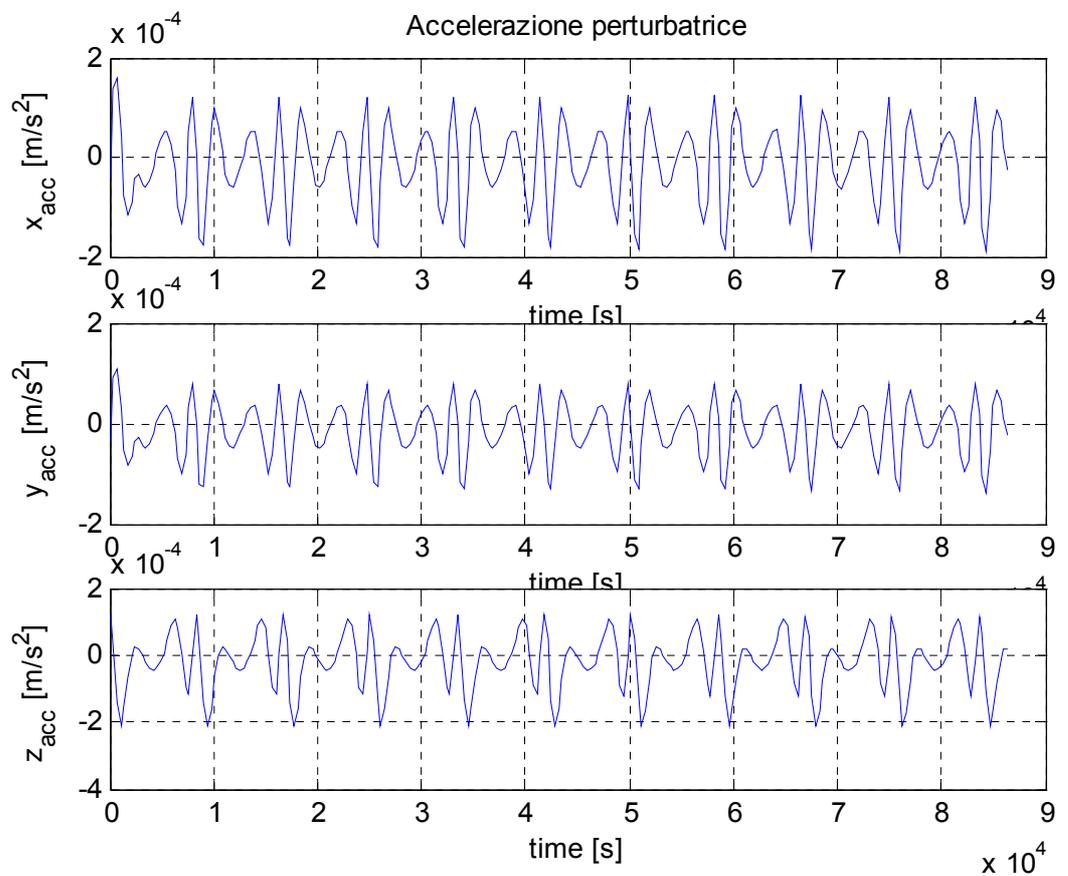


Figura 3.5.3-Andamento dell'accelerazione perturbatrice

Nella figura 3.5.4 si riportano infine gli andamenti delle componenti relative ai singoli contributi di accelerazione perturbatrice, lungo le tre direzioni inerziali.

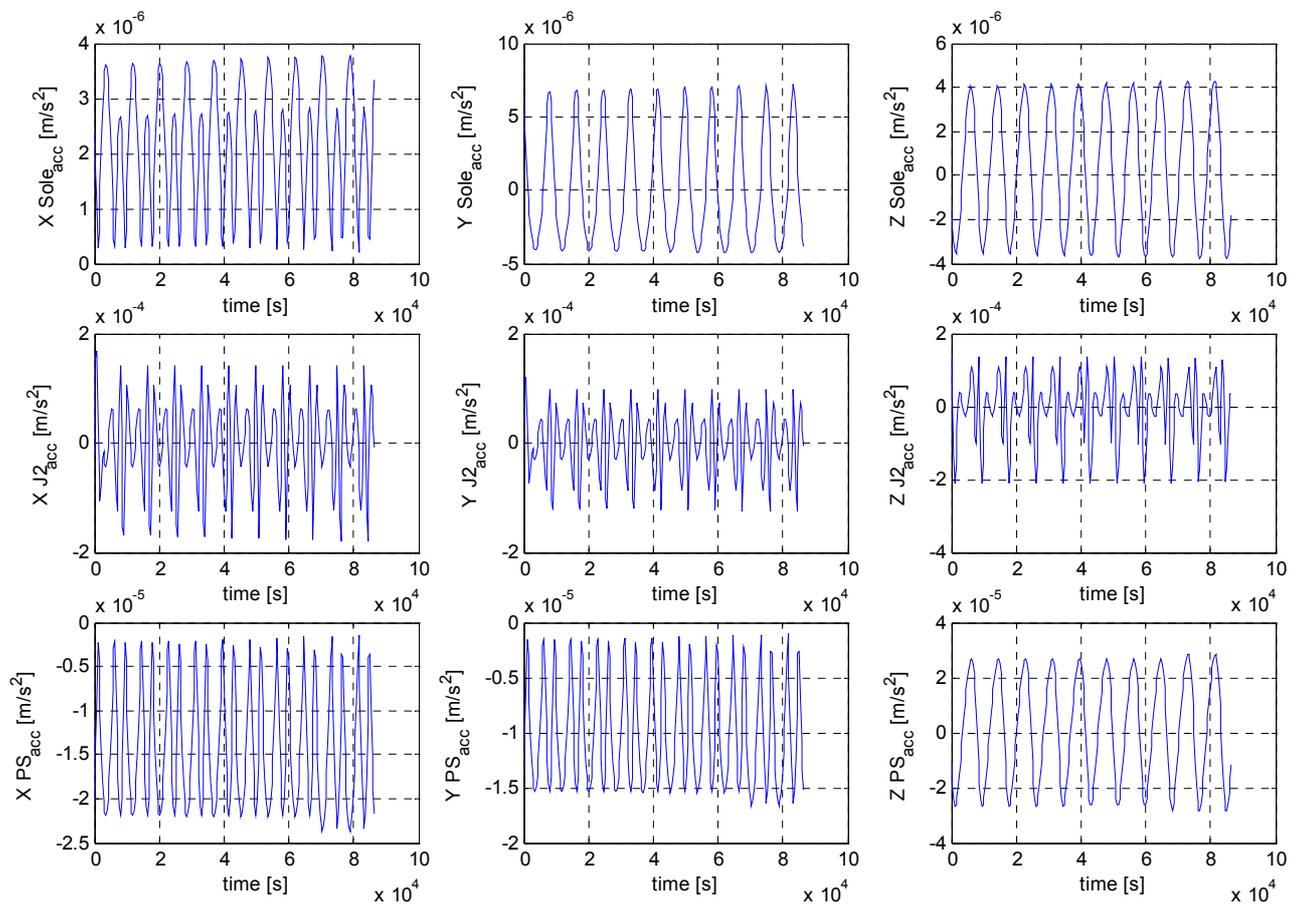


Figura 3.5.2-Andamento delle accelerazioni lungo le direzioni inerziali

Va sottolineato che si tratta di risultati del tutto preliminari, relativi ad una procedura in corso di affinamento che consentirà, nella sua versione finale, di ottenere lo studio completo per l'intera missione.

Cap. 4. La missione Bepi-Colombo - Conclusioni -

4.1. Introduzione

In questo capitolo si descrivono i risultati ottenuti nello studio delle orbite della missione Bepi-Colombo e vengono ipotizzate le possibili variazioni migliorative.

Il capitolo si articola nei seguenti passi:

- 1- Rappresentazione dei risultati riguardanti il T.R. mediante tabelle riassuntive e grafici, con indicazione dei fattori maggiormente discriminanti e delle condizioni che ottimizzano gli obiettivi.
- 2- Rappresentazione dei risultati riguardanti l'orbita reale dello scenario Mercuriano, con indicazione delle perturbazioni presenti, dell'orbita reale possibile e delle ipotesi di progetto che danno condizioni meno incidenti sull'orbita ideale.

4.2. Risultati di T.R.

In questo paragrafo vengono descritti i valori dei parametri riguardanti il T.R., indicando per ognuno di essi quali sono le condizioni che si realizzano ed in che modo migliorarle. Dopo considerazioni di carattere generale, quali la risoluzione ottenibile, lo studio si specializza considerando i fattori che limitano l'operatività quali l'anomalia del pericentro, l'altezza massima di utilizzabilità del L.A. e le condizioni d'illuminazione.

Quale fattore iniziale da valutare per un'orbita di T.R. è importante considerare la cosiddetta sfruttabilità delle orbite in termini di migliore risoluzione, ovvero la distanza minima tra passaggi consecutivi nello spazio. Nella Tabella 4.2-1 sono indicati oltre agli intervalli orbitali, ottenuti nel capitolo 3, e caratterizzati da una stessa distanza minima tra G.T., anche le distanze temporali tra le orbite :

| <u>Orbite (Intervallo)</u> | <u>Distanza G.T.</u> | <u>Separazione Orbitale</u> | <u>Separazione Temporale</u> |
|--------------------------------|----------------------|-----------------------------|------------------------------|
| 1 ÷ 745 | 0,86 Km | Dopo 3029 passaggi | 292.80 gg. |
| 1 ÷ 3169 | 5,23 Km | Dopo 606 passaggi | 58.58 gg. |
| 1 ÷ 3774 | 25,29 Km | Dopo 1 passaggio | 2.32 h. |

Tabella 4.2-1: Intervalli orbitali aventi le stesse distanze tra G.T. con indicazione della separazione temporale tra le orbite cui corrispondono le G.T.

I valori di tabella 4.2-1 si riferiscono all'equatore e sono rappresentati graficamente in figura 4.2-1.

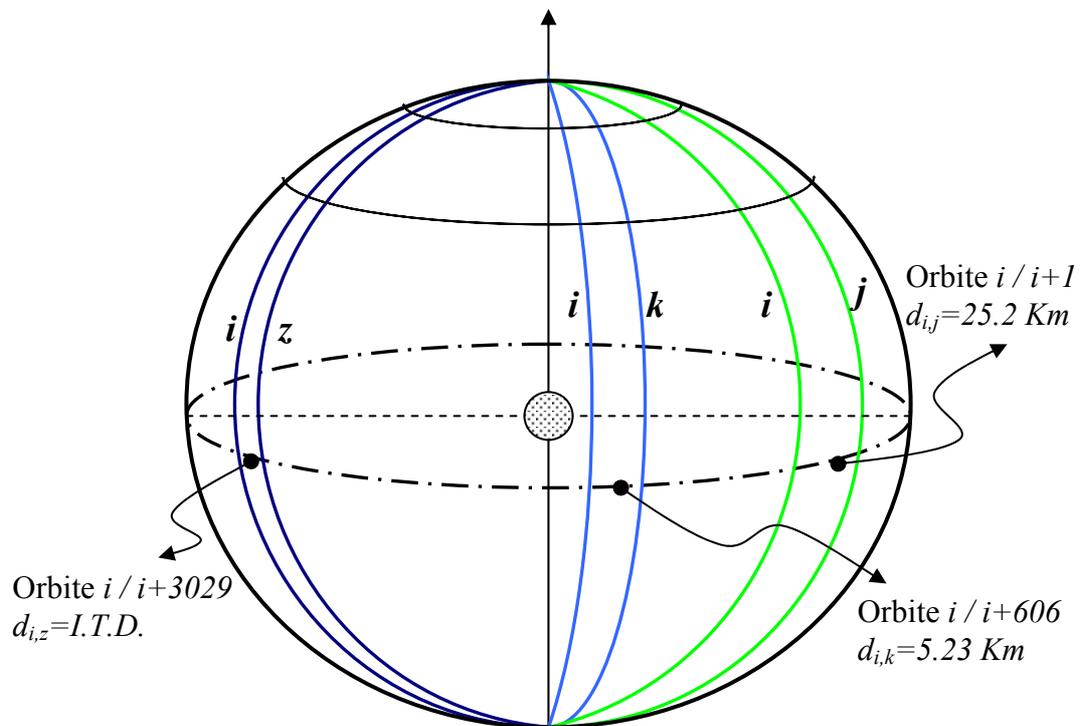


Fig.4.2-1: Distanze tra G.T. separate da diversi intervalli orbitali [7].
 1 orbita (coppia i-j); 606 orbite (coppia i-k); 3029 orbite (coppia i-z).

Dai valori ottenuti si evince che la distanza tra G.T. diminuisce con la latitudine, e quindi si avrà per latitudini maggiori una risoluzione crescente in quanto la distanza spaziale tra le G.T. diminuisce in modo proporzionale con il coseno della latitudine.

Dai valori di tabella 4.2-1 si ha che la migliore condizione di risoluzione cioè la ITD è verificata solo dalle prime 745 orbite. Per incrementare il numero di orbite che verificano la condizione

ottimale si può aumentare la vita operativa della missione, mentre per migliorare la distanza tra G.T. si dovrebbe prevedere un'orbita con un periodo minore così da ridurre il valore della ITD. Nella figura 4.2-2 si schematizza come aumenterebbero le orbite alla ITD incrementando la vita operativa della missione :

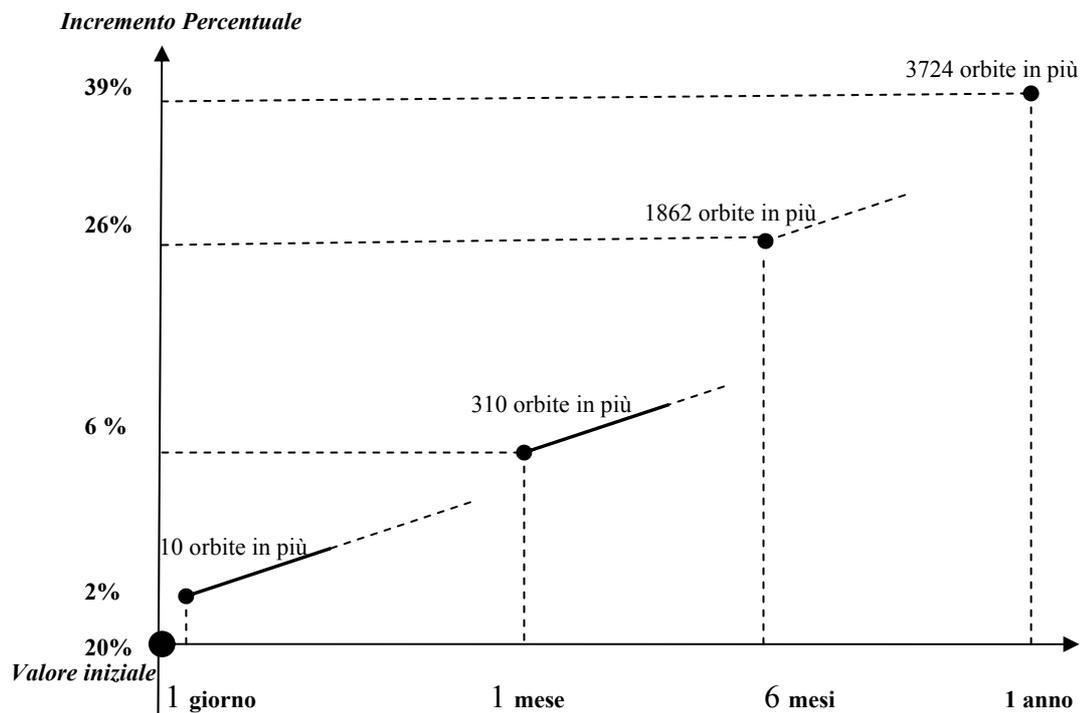


Fig.4.2-2: Incremento delle orbite che verificano la ITD con l'aumentare della vita operativa della missione .

A partire dalla condizione nominale che vede un valore del 20% di orbite alla ITD per una vita operativa di 1 anno per la missione, si osserva che all'aumentare della vita operativa, aumentano in modo lineare le orbite che hanno come risoluzione la ITD. In figura 4.2-2

l'incremento percentuale e di numero di orbite è espresso in termini d'incremento di vita operativa, rispetto alla condizione nominale. Come si può notare la condizione ottimale è quella che prevede un incremento di vita operativa di un anno. Tuttavia va considerato che già con un incremento di sei mesi si aumenta del 26% il numero di orbite: e tale valore può considerarsi accettabile soprattutto se si tiene presente che potrebbero verificarsi particolari situazioni che non permettono il protrarsi della missione. Nella tabella 4.2-2 sono indicate per la fase ascendente, le latitudini coperte ed il relativo valore percentuale sul totale, in funzione dell'anomalia iniziale del pericentro considerando l'operatività del laser altimetro a quote tra 1000 e 1100 Km.

| $\omega_{\text{Iniz.}}$ | $\lambda_{\text{Peric.}}$ | $\lambda_{\text{Op.}}$ | | $\lambda_{\text{Op.}}$ | | % Cop. 1000/1100 Km <i>F.asc.</i> |
|-------------------------|---------------------------|------------------------|-----------|------------------------|-----------|---|
| | | H=1000 Km | H=1000 Km | H=1100 Km | H=1100 Km | |
| 150° | 30° | -73,96 | -42,14 | -84,05 | -52,23 | 91% - 97% |
| 155° | 25° | -78,96 | -7,14 | -89,05 | -57,23 | 94% - 99% |
| 160° | 20° | -83,96 | -52,14 | -94,05 | -62,23 | 97% - 100% |
| 165° | 15° | -88,96 | -57,14 | -94,05 | -67,23 | 99% - 100% |

Tabella 4.2-2: Condizioni di inizio operatività al variare di ω , valutata ad inizio e fine missione per diverse quote limite di utilizzabilità del L.A. con valutazione della copertura ottenuta in termini di latitudini ad inizio missione.

Dai valori ottenuti si evince che la condizione ottimale è ottenuta per anomalia del pericentro compresa tra i 155° - 165° considerando di 1100 Km la quota operativa dell'altimetro. Il problema che si presenta è quello della copertura del Polo Sud (P.S.): infatti i risultati in tabella 4.2-2 mostrano che se la quota operativa è di 1000 km questo non sarà mai rilevabile, mentre con quota operativa di 1100 Km sarà rilevato solo con un' anomalia del pericentro di almeno di 160° .

I risultati ottenuti si possono migliorare in due modi: aumentando la quota operativa del L.A. oppure aumentando l'anomalia del pericentro.

Nel primo caso nell'ipotesi di utilizzo di L.A. con quota operativa di 1200 Km risulterebbe visibile anche il P.S. e con anomalia del pericentro fino a 150° : infatti in questo caso la quota orbitale risulta essere di 1182 Km.

Nell' ipotesi invece di aumento dell'anomalia del pericentro 160° è il valore minimo che dà la copertura totale per una quota di 1100 Km.

Il diagramma di figura 4.2-3 rappresenta le variazioni di copertura ottenibili variando l' anomalia del pericentro e la quota operativa del L.A..

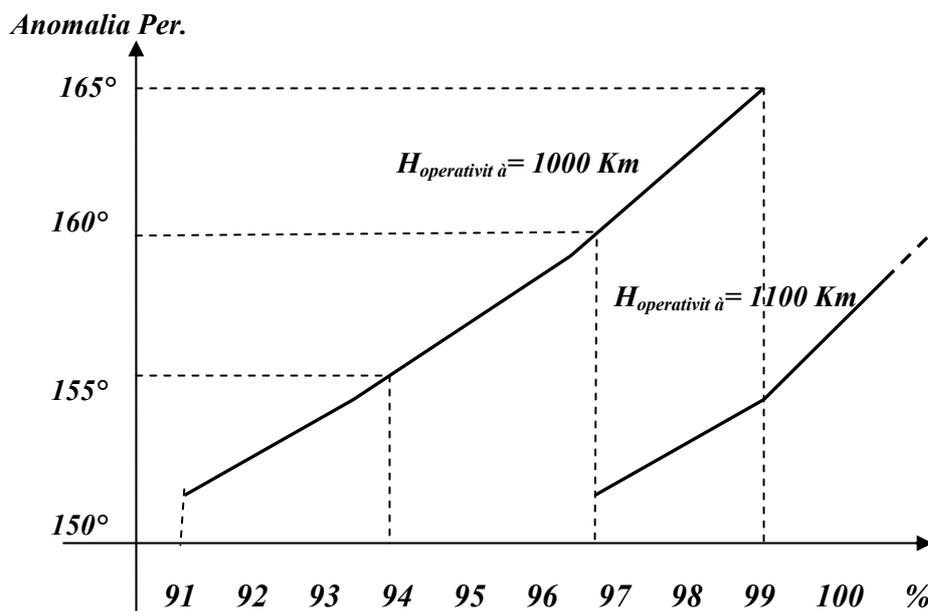


Fig.4.2-3: Copertura ottenibile nella fase ascendente in termini percentuali di latitudini rilevate in funzione dell'anomalia del pericentro e della quota operativa $H_{operativa}$.

Dal grafico in figura 4.2-3, come già anticipato in precedenza, si evince che la quota operativa di 1100 Km permette di avere la copertura totale già con un'anomalia di circa 160°, valore molto vicino ai 158° imposti dalla missione; inoltre incrementando l'anomalia del pericentro si possono ricoprire latitudini nell'emisfero sud, nella fase discendente dell'orbita. Quest'ultima condizione si traduce in un aumento di risoluzione per questa parte di pianeta che vedrà un numero di passaggi al Polo sud diverso da zero e che cresce con l'aumentare dell'anomalia del pericentro.

Nella valutazione dei risultati, rivestono un ruolo importante quelli della fase discendente. Infatti anche se meno operativa questa fase

permette di ottimizzare il T.R. dal punto di vista della risoluzione per i particolari intervalli orbitali che hanno la fase discendente a metà tra due fasi ascendenti, dando luogo ad una risoluzione che è la ITD/2.

In tabella 4.2-3 sono indicate le orbite e la distanza temporale tra esse per gli intervalli orbitali che verificano la condizione di risoluzione ITD/2.

| <u><i>Intervallo Orbite</i></u> | <u><i>Distanza</i></u> | <u><i>Nr. Passaggi Orbitali</i></u> | <u><i>Separazione Temporale</i></u> |
|---------------------------------|------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1÷745 (Ascendente) | I.T.D./2 | 1514 (<i>in ritardo</i>) | 146,4 gg. |
| 1514÷2260 (Discendente) | I.T.D./2 | 1514 (<i>in anticipo</i>) | 146,4 gg. |

Tabella 4.2-3: Distanze e separazioni temporali delle orbite che hanno per fasi diverse G.T. a distanza minima

Sono ancora le prime 745 orbite a verificare la condizione che si avrà con le fasi discendenti delle orbite separate da 1514 passaggi orbitali. Per il miglioramento di questa condizione vale ovviamente il discorso fatto per l'incremento di orbite alla ITD e quindi incremento di vita operativa.

Per le latitudini coperte dalla fase discendente si ha in tabella 4.2-4 l'indicazione degli intervalli di latitudini ottenibili e la percentuale di copertura per questa fase in funzione dell'anomalia del pericentro e la quota operativa dello strumento:

| $\omega_{Iniz.}$ | $\lambda_{Iniz.}$ | $H=1000 \text{ Km}$ | | $H=1100 \text{ Km}$ | | % Copert. 1000 /1100 Km |
|------------------|-------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|----------------------------|
| | | $\lambda_{Op.Ini.}$ | $\lambda_{Op.Fin.}$ | $\lambda_{Op.Ini.}$ | $\lambda_{Op.Fin.}$ | |
| 150° | 30° | 90° | 46,04° | 90° | 35,95° | 24% - 30% |
| 155° | 25° | 90° | 51,04° | 90° | 41,95° | 21% - 27% |
| 160° | 20° | 90° | 56,04° | 90° | 46,95° | 19% - 24% |
| 165° | 15° | 90° | 61,04° | 90° | 51,95° | 16% - 21% |

Tabella 4.2-4: Copertura fase discendente per quote operative diverse al variare di ω_i

Anche in questo caso la copertura è stata rappresentata graficamente in figura 4.2-4, indicando la percentuale di latitudini coperte in questa fase in funzione dell'anomalia del pericentro e della quota operativa.

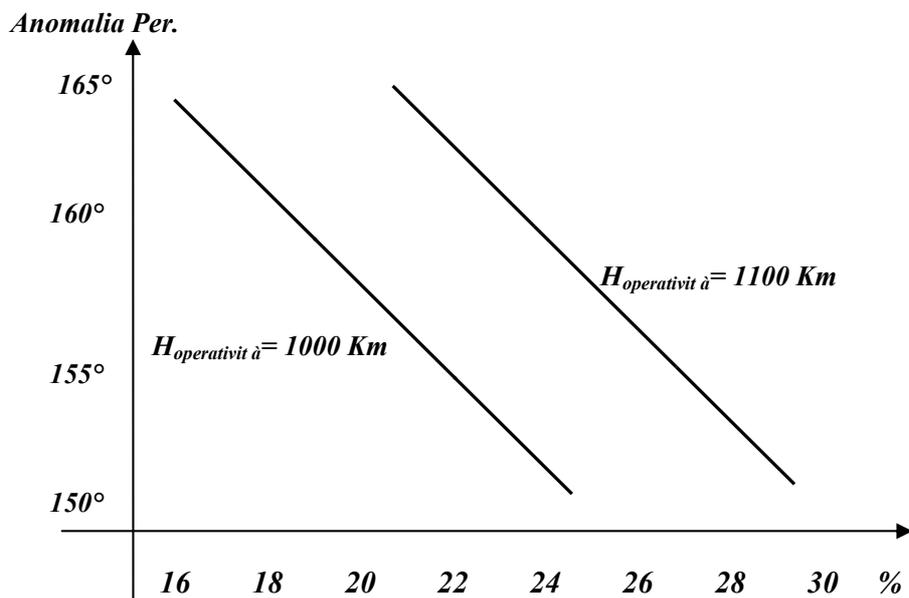


Fig. 4.2-4: Copertura ottenibile nella fase ascendente in termini percentuali di latitudini rilevate in funzione dell'anomalia del pericentro e della quota operativa $H_{operativa}$.

In questa fase, come si è già anticipato, la copertura risulta essere molto ridotta in termini di latitudini coperte ed inoltre sarà sempre e solo l'emisfero nord (nelle ipotesi nominali) ad essere osservato. Dal grafico di figura 4.2-4 si vede come in questo caso sia una diminuzione dell'anomalia del pericentro a migliorare la copertura. Va osservato comunque che nel caso in cui l'anomalia del pericentro aumenti anche se si ha una perdita di copertura dell'emisfero nord si acquista copertura nell'emisfero sud. Quest'ultima condizione risulta essere particolarmente conveniente dato che l'emisfero nord, per la configurazione dell'orbita (pericentro in tale emisfero), è sempre visibile ad ogni passaggio, mentre l'emisfero sud lo è solo per la parte iniziale della missione. In base ai risultati ottenuti è quindi evidente che la condizione ottimale per l'anomalia del pericentro è quella che lo vede assestarsi intorno ad un valore di 160° , così da avere entrambi i poli visibili.

Ulteriori condizioni restrittive alla operatività del L.A. risultano essere le condizioni d'illuminazione, caratterizzate dalla incidenza diretta del Sole e quella per effetto dell'albedo. In tabella 4.1-4 si riportano per ogni fase dell'orbita e diverse condizioni di luce i valori delle latitudini iniziali e finali rilevabili.

| Fase Orbita (Asc./Disc.) | Condizione Illuminaz. | Inizio | Termine | Inizio | Termine |
|-----------------------------|--------------------------|-----------------------------|-----------------------------|----------------------------|------------|
| | | <i>I- Intervallo</i> | | <i>II- Intervallo</i> | |
| Asc. | <i>Luce</i> | $\lambda^{Str} = -92^\circ$ | $\lambda^{Alb} = -60^\circ$ | $\lambda^{Alb} = 60^\circ$ | 90° |
| | <i>Ombra</i> | $\lambda^{Str} = -92^\circ$ | 90° | ---- | ---- |
| Disc. | <i>Luce</i> | 90° | $\lambda^{Alb} = 60^\circ$ | ---- | ---- |
| | <i>Ombra</i> | 90° | $\lambda^{Str} = 54^\circ$ | ---- | ---- |

Tabella.4.2-5: Indicazione latitudini d'inizio operatività per l'altimetro a 1100 km ed anomalia del pericentro di 160°

A chiarimento della Tabella, si sottolinea che:

- I due intervalli di operatività per ogni condizione di luce, sono dovuti all'ipotesi che il L.A. risulti operativo per l'incidenza diretta ma non per la condizione critica di albedo. Tale limitazione si traduce in una interruzione dell'utilizzo dello strumento nella parte centrale della fase ascendente nella condizione d'illuminazione.
- Il valore della latitudine in funzione dell'albedo, risulta essere costante ed è dettato dalla condizione critica valutata nel paragrafo 2.4.4 che tratta le condizioni d'illuminazione.

A partire dai valori di Tabella 4.2-5, dove sono indicate le migliori condizioni ottenibili per la missione, le figure 4.2-5 e 4.2-6 rappresentano la copertura ottenibile in queste condizioni rispettivamente nel caso di fase ascendente in ombra e con fase discendente in ombra.

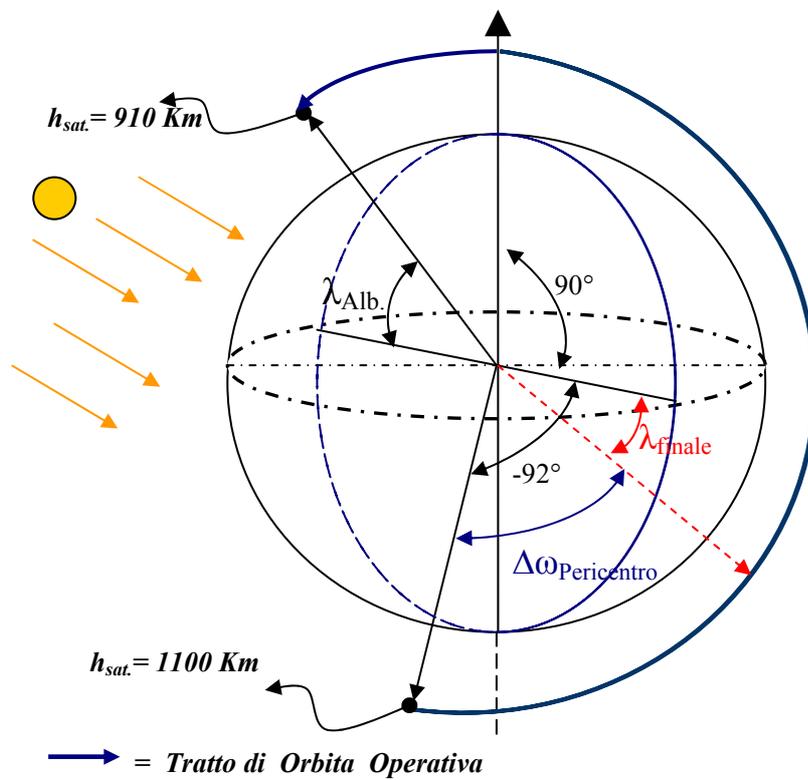


Figura.4.2-5: Indicazione latitudini d'operatività in condizioni di fase ascendente in ombra

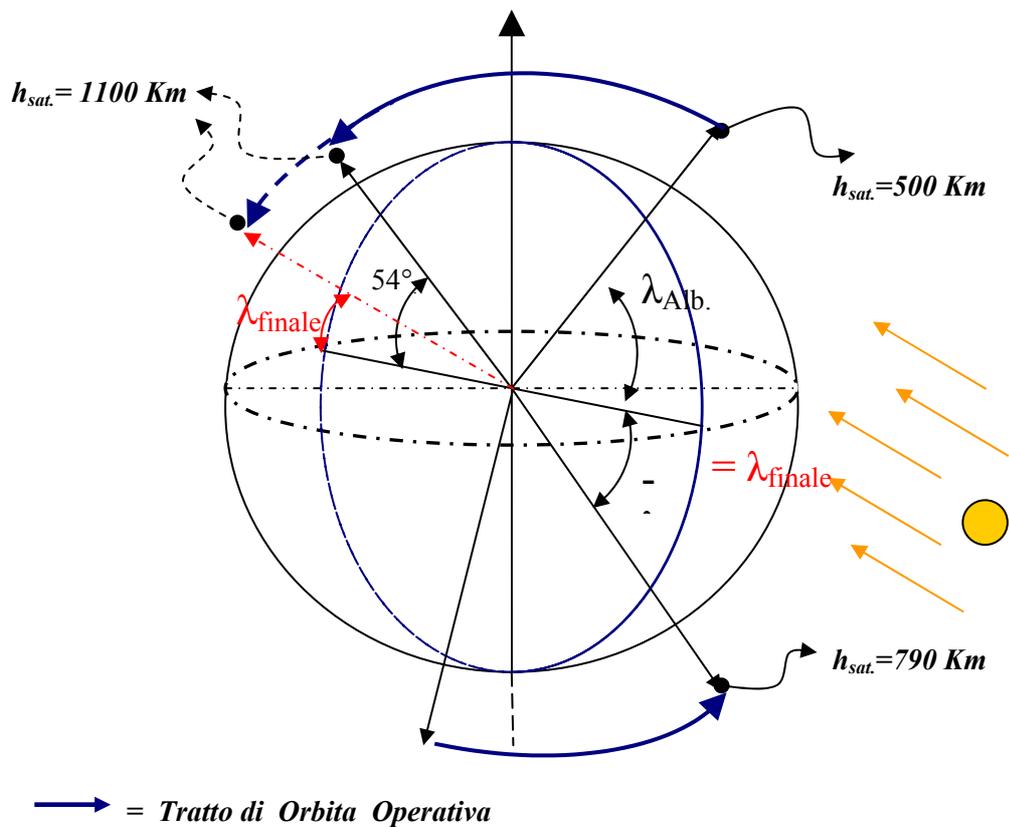


Figura.4.2-6: Indicazione latitudini d'operatività in condizioni di fase ascendente in luce

Per l'albedo, ipotizzato con latitudine critica di 60° rispetto l'equatore, le quote limite di operatività per l'orbita sono ricavate con la formula (2.1.-1) che fornisce i seguenti valori:

Fase Ascendente/I-Interv./Illuminazione $\rightarrow h_{sat}=790 \text{ Km. (val. fin.)}$

Fase Ascendente/II-Interv./Illuminazione $\rightarrow h_{sat}=500 \text{ Km. (val. iniz.)}$

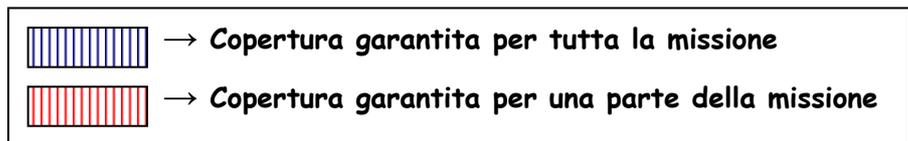
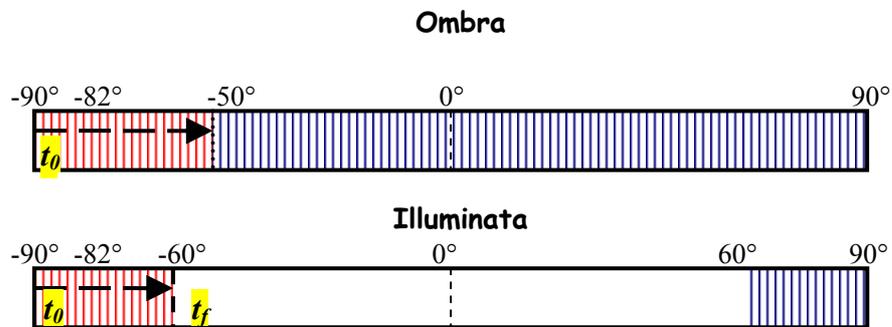
Fase Discendente/I-Interv./Illuminazione $\rightarrow h_{sat}=910 \text{ Km. (val. fin.)}$

Come si può vedere dalle figure 4.2-5 e 4.2-6 e dai valori ricavati dalla tabella 4.2-5 la condizione di illuminazione impone delle forti restrizioni alla operatività della missione, riducendo la copertura in

condizioni di albedo di 120° quando è la fase ascendente illuminata e di circa 10° quando invece è la fase discendente ad esserlo.

Nei grafici che seguono si rappresentano ancora le condizioni di copertura indicando le latitudini coperte nel tempo per le due fasi orbitali, specificando quali sono quelle che vengono coperte per un tempo limitato di missione. La figura 4.2-7 è ottenuta ipotizzando una quota operativa per il L.A. di 1100 km. Va specificato che oltre alle condizioni di luce, le latitudini visibili per un tempo limitato sono dovute alla variabilità dell'orbita (in questo caso solo per effetto di J_2).

Fase Ascendente



Fase Discendente

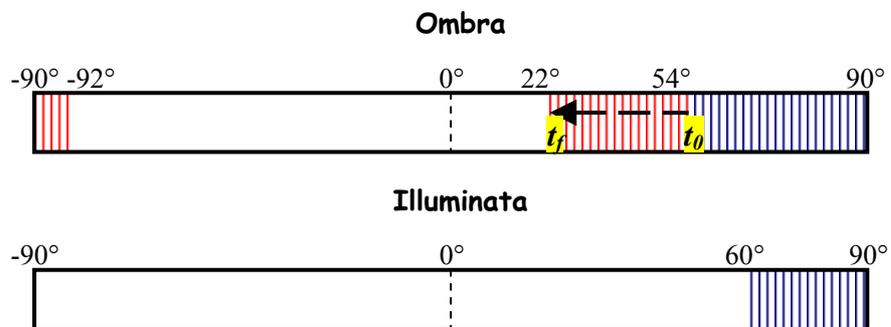


Figura 4.2-7: Grafici delle latitudini d'operatività con indicazione dell'avanzamento delle latitudini nel tempo

Una delle caratteristiche che maggiormente influiscono sull'operatività dello strumento e la copertura del pianeta è la condizione d'illuminazione. Il grafico di figura 4.2-7 indica per ogni giorno di missione, la fase dell'orbita illuminata: ciò permette di ottenere ulteriori indicazioni su quali siano le condizioni di luce per l'intera missione e precisamente per le due fasi dell'orbita.

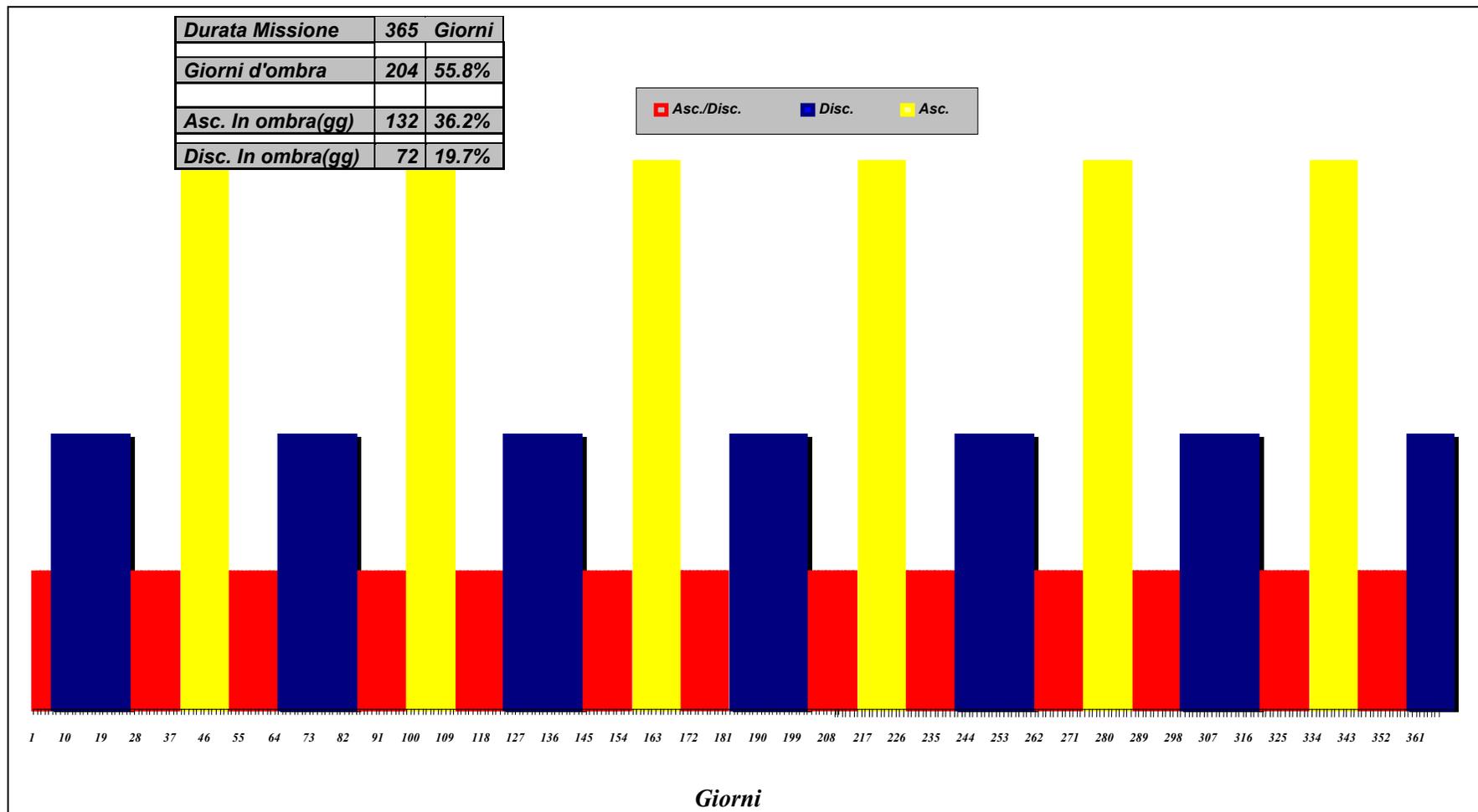


Figura4.2-7: Grafico che indica la fase orbitale illuminata nel tempo

Dalla figura 4.2-7 si ricavano indicazioni sul numero di giorni per i quali ogni fase è illuminata o in ombra ed inoltre il numero di giorni in cui entrambe le fasi risultano essere illuminate. Risulta che si avranno circa 233 giorni d'illuminazione per la fase ascendente e 293 giorni per la fase discendente. A partire dai valori ricavati, come alternativa a questa condizione restrittiva si può ipotizzare o un'orbita eliosincrona così da avere come condizione sempre la fase ascendente in ombra (condizione ottimale) oppure all'utilizzo di sistemi di protezione per il L.A. che ne permettano l'uso anche in condizioni d'illuminazione con conseguente incremento degli intervalli di latitudini in tale condizione.

L'analisi delle orbite della missione BepiColombo ha affrontato anche la valutazione delle zone rilevate. In tabella 4.2-6 sono riportati per ogni giorno di missione l'intervallo orbitale giornaliero e per ogni fase, gli intervalli di latitudini effettivamente coperte. Per semplificare la visualizzazione è stato considerato un intervallo temporale di 30 giorni.

Per una lettura più semplice della tabella si riportano alcuni chiarimenti:

- Per ogni giorno di missione si ha un intervallo orbitale che corrisponde a 10.342 orbite e la copertura di latitudini vale per tutto l'intervallo,

- I due intervalli di copertura si riferiscono alla fase ascendente, che in caso di Albedo è tale da verificare due intervalli di copertura,
- L'intervallo unico è riferito alla fase discendente in quanto in qualunque condizione si ha un solo intervallo di copertura che permette di rilevare solo l'emisfero nord.

| Giorni | $\Delta\text{Orb.}$ | I intervallo | | II intervallo | | Unico interv. | | $\Delta\lambda_{\text{Fase}}$ Ascendente | $\Delta\lambda_{\text{Fase}}$ Discendente |
|--------|---------------------|------------------------|-------------------------|------------------------|-------------------------|------------------------|-------------------------|---|--|
| | | $\lambda_{\text{In.}}$ | $\lambda_{\text{Fin.}}$ | $\lambda_{\text{In.}}$ | $\lambda_{\text{Fin.}}$ | $\lambda_{\text{In.}}$ | $\lambda_{\text{Fin.}}$ | | |
| 1 | 10.342 | -91.912 | -60 | 60 | 90 | 90 | 60 | 61.912 | 30 |
| 31 | 320.62 | -89.282 | -60 | 60 | 90 | 90 | 60 | 59.282 | 30 |
| 61 | 630.89 | -86.652 | -60 | 60 | 90 | 90 | 60 | 56.652 | 30 |
| 91 | 941.17 | -84.022 | -60 | 60 | 90 | 90 | 60 | 54.022 | 30 |
| 121 | 1251.4 | -81.392 | -60 | 60 | 90 | 90 | 60 | 51.392 | 30 |
| 151 | 1561.7 | -78.762 | -60 | 60 | 90 | 90 | 60 | 48.762 | 30 |
| 181 | 1872 | -76.132 | 90 | 0 | 0 | 90 | 60 | 166.13 | 30 |
| 211 | 2182.3 | -73.502 | -60 | 60 | 90 | 90 | 60 | 43.502 | 30 |
| 241 | 2492.5 | -70.872 | 90 | 0 | 0 | 90 | 60 | 160.87 | 30 |
| 271 | 2802.8 | -68.241 | -60 | 60 | 90 | 90 | 30.241 | 38.241 | 59.759 |

| Giorni | $\Delta\text{Orb.}$ | I intervallo | | II intervallo | | Unico interv. | | $\Delta\lambda_{\text{Fase}}$ Ascendente | $\Delta\lambda_{\text{Fase}}$ Discendente |
|--------|---------------------|------------------------|-------------------------|------------------------|-------------------------|------------------------|-------------------------|---|--|
| | | $\lambda_{\text{In.}}$ | $\lambda_{\text{Fin.}}$ | $\lambda_{\text{In.}}$ | $\lambda_{\text{Fin.}}$ | $\lambda_{\text{In.}}$ | $\lambda_{\text{Fin.}}$ | | |
| 301 | 3113.1 | -65.611 | 90 | 0 | 0 | 90 | 60 | 155.61 | 30 |
| 331 | 3423.4 | -62.981 | -60 | 60 | 90 | 90 | 24.981 | 32.981 | 65.019 |
| 361 | 3733.6 | -60.351 | 90 | 0 | 0 | 90 | 60 | 150.35 | 30 |

Tabella.4.2.-6: Indicazione per ogni giorno e fase delle latitudini rilevabili.

A partire dalla tabella 4.2-6 è possibile ricavare il numero di passaggi per ogni latitudine ovvero quante sono le orbite operative e quindi la percentuale di copertura ottenibile del pianeta per ogni latitudine. La figura 4.2-8 che segue è rappresentativa della percentuale di pianeta rilevata specificando ad ogni latitudine qual è la percentuale di pianeta osservata.

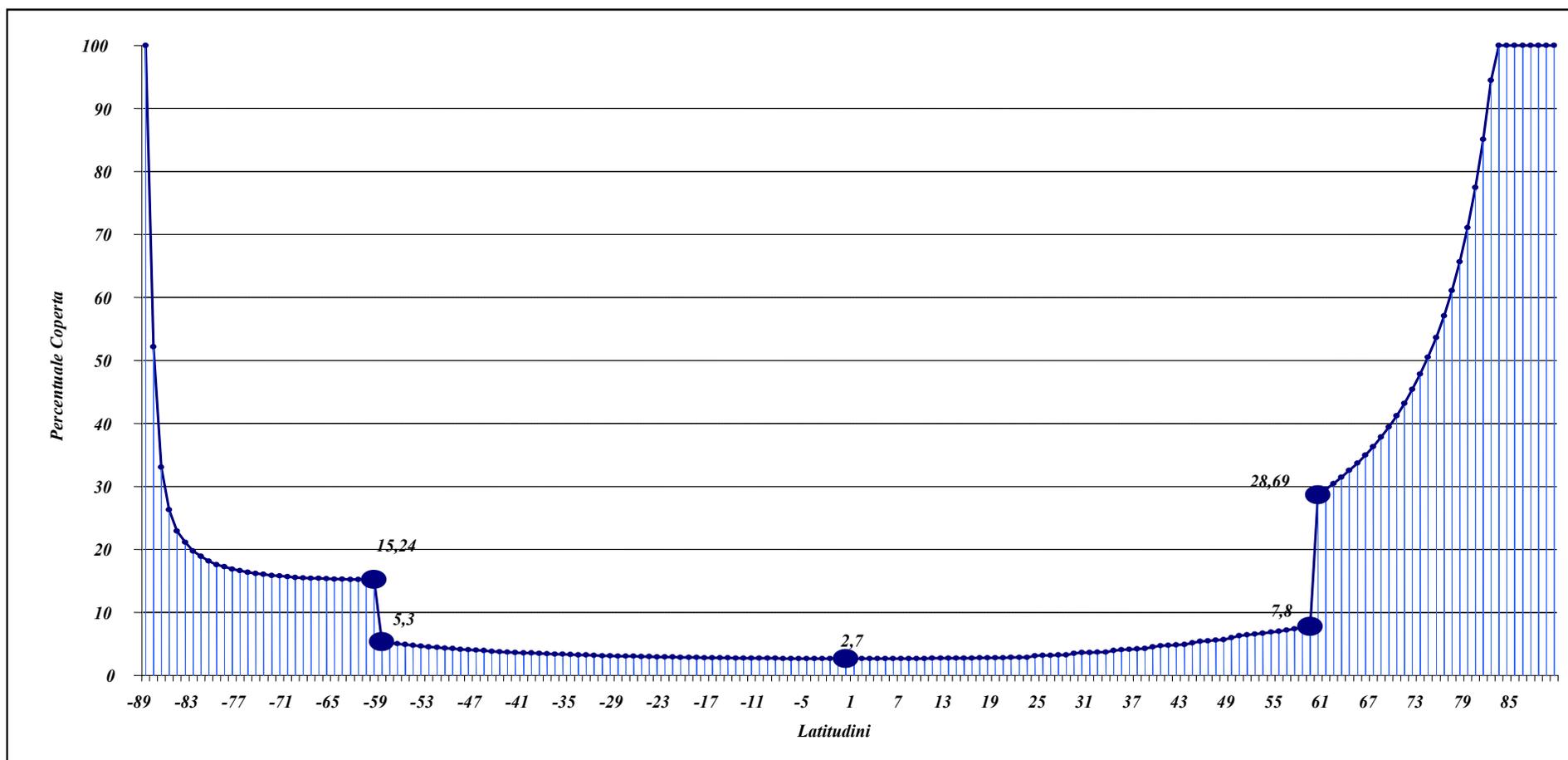


Figura 4.2-7: Percentuale di pianeta coperta con indicazione per ogni latitudine del valore percentuale rilevato

Come si vede si parte dal valore minimo dell'equatore del 2.7% fino ad arrivare alla copertura totale già a latitudini di circa 80°.

A conclusione dello studio fatto si indicano in tabella 4.2-7, per ogni intervallo di latitudini, quali siano gli intervalli orbitali operativi specificando inoltre la risoluzione che si riesce ad ottenere per quelle latitudini e le orbite che la verificano, così da avere tutte le indicazioni indispensabili per individuare particolari punti rilevati.

Si osservi inoltre che nella tabella che segue si ha che:

- La distanza $d_{i,j}$ e la ITD sono calcolate nel paragrafo 2.3
- La fase indica qual'è la fase operativa per quel particolare intervallo di latitudini, dove sono state utilizzate le seguenti convenzioni:
 - Asc. significa che è la fase ascendente è l'unica operativa,
 - Disc. Asc. significa che sono le due fasi insieme che con G.T. che verificano certe condizioni (calcolate nel paragrafo 2.4) danno la particolare risoluzione
 - Asc. oppure Disc., significa che entrambe ma separatamente verificano la condizione.

| <i>Intervallo Latitudini</i> | <i>Intervallo Orbitale di Copertura</i> | <i>Risoluzione Migliore</i> | <i>Intervallo Orbitale risoluzione Migliore</i> | <i>Fase</i> |
|--------------------------------|---|-----------------------------|---|----------------------------|
| $-90^\circ \div -87^\circ$ | $1 \div 606$ | $d_{i,j} * \cos(\lambda)$ | $1 \div 605$ | <i>Asc.</i> |
| $-86.8^\circ \div -66.3^\circ$ | $1 \div 3029$ | $d_{i,k} * \cos(\lambda)$ | $1 \div 2423$ | <i>Asc.</i> |
| $-66.2^\circ \div -60^\circ$ | $1 \div 3775$ | $I.T.D. * \cos(\lambda)$ | $1 \div 745$ | <i>Asc.</i> |
| $-60^\circ \div 23^\circ$ | $52 \div 258$ $652 \div 858$ $1252 \div 1458$ $1852 \div 2058$ $2451 \div 2658$ $3051 \div 3258$ $3651 \div 3775$ | $I.T.D. * \cos(\lambda)$ | $52 \div 228$ $661 \div 3775$ | <i>Asc.</i> |
| | | $d_{i,k} * \cos(\lambda)$ | $45 \div 252$ $645 \div 852$ $1245 \div 1452$ $1845 \div 2052$ $2445 \div 2652$ $3045 \div 3169$ | |
| $24^\circ \div 25^\circ$ | <i>Idem</i> $-60^\circ \div 23^\circ$ | $I.T.D./2 * \cos(\lambda)$ | $3393 \div 3516(Disc)$ $1879 \div 2002(Asc)$ | <i>Dis.</i> <i>Asc.</i> |
| $26^\circ \div 28^\circ$ | <i>Idem</i> $-60^\circ \div 23^\circ$ | | | <i>Asc.</i> |
| $29^\circ \div 30^\circ$ | <i>Idem</i> $-60^\circ \div 23^\circ$ | $I.T.D./2 * \cos(\lambda)$ | $2793 \div 2916(Disc)$ $1252 \div 1458(Asc)$ | <i>Dis.</i> <i>Asc.</i> |
| $31^\circ \div 33^\circ$ | <i>Idem</i> $-60^\circ \div 23^\circ$ | | | <i>Asc.</i> |
| $34^\circ \div 35^\circ$ | <i>Idem</i> $-60^\circ \div 23^\circ$ | $I.T.D./2 * \cos(\lambda)$ | $2193 \div 2316(Disc)$ $679 \div 802(Asc)$ | <i>Dis.</i> <i>Asc.</i> |
| $36^\circ \div 38^\circ$ | <i>Idem</i> $-60^\circ \div 23^\circ$ | | | <i>Asc.</i> |
| $39^\circ \div 40^\circ$ | <i>Idem</i> $-60^\circ \div 23^\circ$ | $I.T.D./2 * \cos(\lambda)$ | $1593 \div 1716(Disc)$ $79 \div 202(Asc)$ | <i>Dis.</i> <i>Asc.</i> |
| $41^\circ \div 43^\circ$ | <i>Idem</i> $-60^\circ \div 23^\circ$ | | | <i>Asc.</i> |
| $44^\circ \div 45^\circ$ | <i>Idem</i> | 10 km; | $993 \div 1117$ | <i>Dis.</i> |

| <i>Intervallo Latitudini</i> | <i>Intervallo Orbitale di Copertura</i> | <i>Risoluzione Migliore</i> | <i>Intervallo Orbitale risoluzione Migliore</i> | <i>Fase</i> |
|------------------------------|--|-----------------------------|---|---|
| | $-60^\circ \div 23^\circ$ | | | <i>Asc.</i> |
| $46^\circ \div 48^\circ$ | <i>Idem</i> $-60^\circ \div 23^\circ$ | | | <i>Asc.</i> |
| $49^\circ \div 50^\circ$ | <i>Idem</i> $-44^\circ \div 45^\circ$ | | | <i>Dis.</i> <i>Asc.</i> |
| $50^\circ \div 60^\circ$ | <i>Idem</i> $-60^\circ \div 23^\circ$ | | | <i>Asc.</i> |
| $60^\circ \div 90^\circ$ | $1 \div 3775$ | $I.T.D./2 * \cos(\lambda)$ | $1 \div 745$ | <i>Dis.</i> <i>Asc.</i> |
| | | $d_{i,k} * \cos(\lambda)$ | $1 \div 3029$ | <i>Dis.</i> <i>oppure</i> <i>Asc.</i> |

Tabella. 4.2-7: Indicazione per intervalli di latitudini rilevabili delle orbite operative e della risoluzione migliore ottenibile con indicazione dell'intervallo orbitale che verifica la condizione ottimale

Utilizzando i risultati della precedente questa tabella e considerando la percentuale coperta per ogni latitudine, rappresentata nella figura 4.2.8, si possono ricavare quindi per ogni intervallo di latitudini quale sia la superficie del pianeta rilevata ed inoltre la risoluzione che si ha per ogni zona (individuata dall'intervallo orbitale operativo) con individuazione di quali siano quelle zone che verificano la risoluzione ottimale.

4.3. Risultati – Orbita reale –

In questo paragrafo si forniscono i risultati ottenuti per l'orbita reale, a partire dalle condizioni che generano variazioni dei parametri orbitali nominali.

Dallo studio effettuato sull'orbita reale, si è ricavato l'andamento nel tempo dei contributi di accelerazione perturbativi nonché la traccia nel piano x-y.

Tali andamenti sono riportati nelle figure 4.3.1-3.

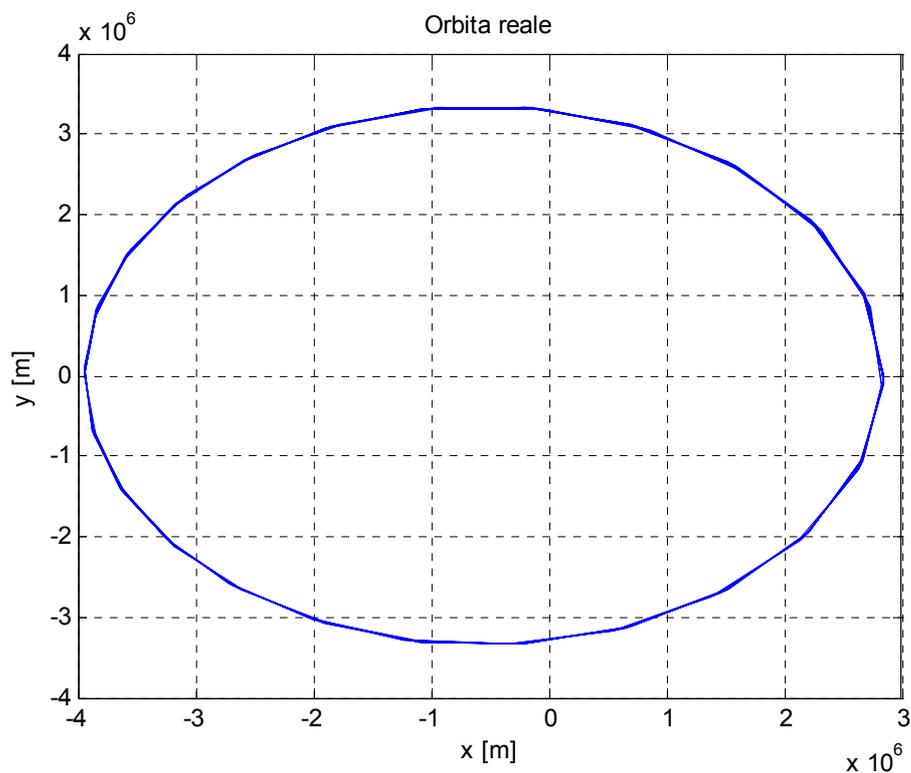


Figura 4.3.1-Andamento dell'orbita reale

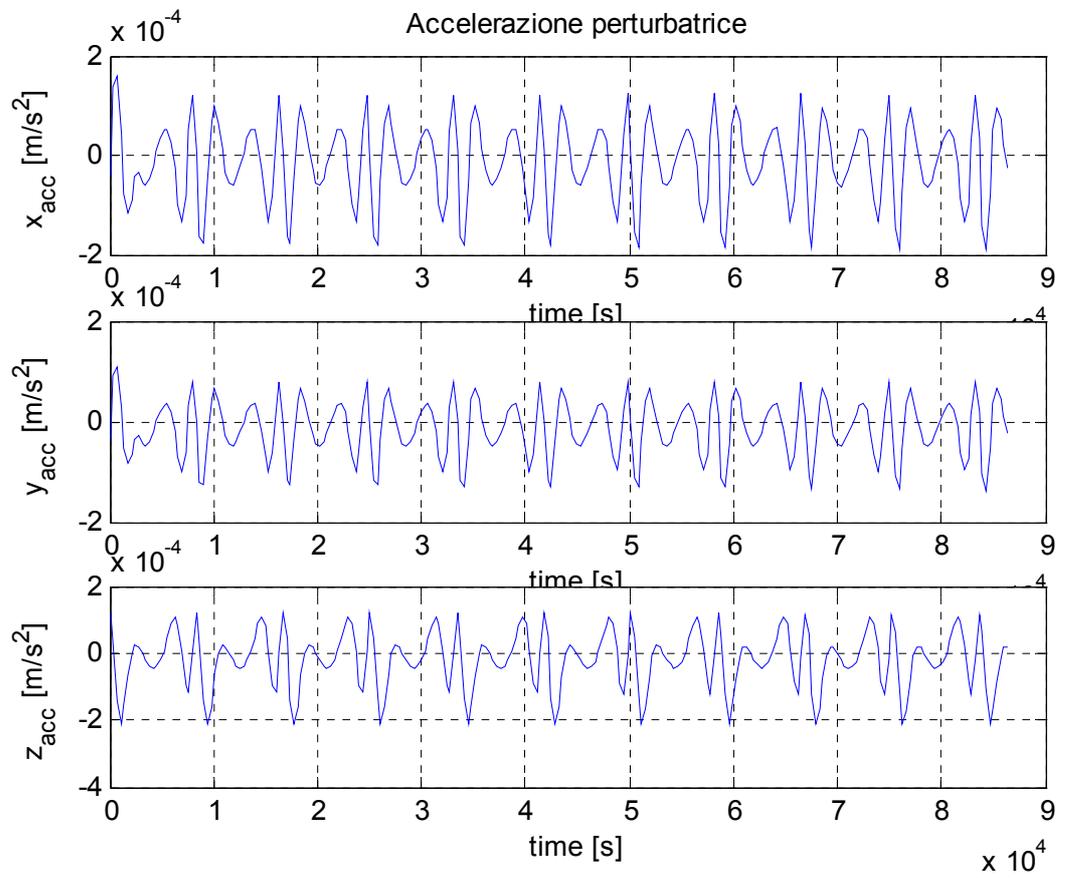


Figura 4.3.2-Andamento dell'accelerazione perturbatrice

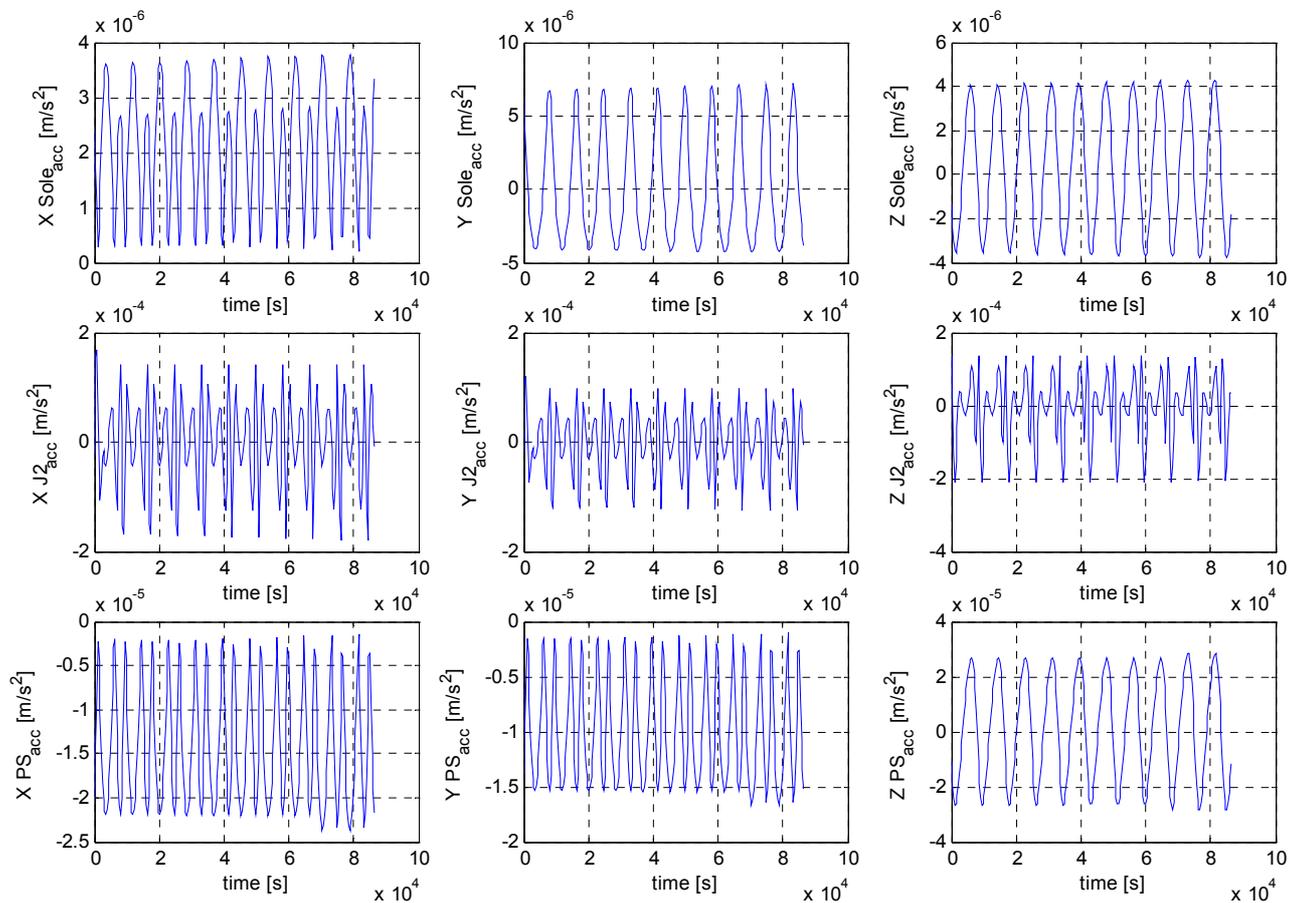


Figura 4.3.3-Andamento delle accelerazioni lungo le direzioni inerziali

BIBLIOGRAFIA

- [1] Réjan Grard, Mauro Novara, Marcello Coradini. “*Bepi-Colombo the Interdisciplinary Cornerstone Mission to Planet Mercuri*”, ESA-SCI(2000) Settembre 2000.
- [2] D.C. Giacoli, “*Fisica*”, Casa Editrice Ambrosiana
- [3] Bufton J. L., “*Laser altimetry measurements from aircraft and spacecraft*”, Proc. of the IEEE, Vol. 77, No. 3, March 1989
- [4] L. Tommasi, “*Laser Altimeter for planetary exploration Executive Summary*”, Galileo Avionica, Gennaio 2004, Cap.3.2
- [5] Réjan Grard, Mauro Novara, Marcello Coradini. “*Bepi-Colombo the Interdisciplinary Cornerstone Mission to Planet Mercuri*”, ESA-SCI(2000) Settembre 2000.
- [6] S. Campagnola, C. Corral, R. Jhon. “*Bepi-Colombo Cornerstone Consolidated Report on Mission Analysis*”, ESA Ground System Engineering Department, Cap.6 pag.21
- [7] Marshall H. Kaplan, “*Modern Spacecraft Dynamics & Control*”, Department of Aerospace Engineering The Pennsylvania State University, Cap.2 pag.31
- [8] Marshall H. Kaplan, “*Modern Spacecraft Dynamics & Control*”, Department of Aerospace Engineering The Pennsylvania State University, Cap.1 pag.10

- [9] KING, J. C., "*Quantization and Symmetry in Periodic Coverage Patterns with Applications To Earth Observation*," The Journal of the Astronautical Sciences, Vol. XXIV, No. 4, 1976, pp. 347-363.
- [10] J. Sørensen & H. Evans, "*Mercury Environmental Specification (Part II) BepiColombo Definition Study*", Space Environment and Effects Analysis Section ESA/ESTEC/TOS-EMA, 10 dicembre 2001, Cap.1 pag.5
- [11] Vladimir A. Chobotov, "*Orbital Mechenics*", AIAA education Series, Cap.4 pag.49
- [12] L. Tommasi, "*Laser Altimeter for planetary exploration Preliminary Thermal Analysis*", Galileo Avionica, Gennaio 2004, Cap.5.1 pag.11,14,15,16.
- [13] Neil Divine, A.J. Beck, F.D. Palluconi, "*The Planet Mercury*", NASA Space Vehicle Design Criteria, Marzo 1972.
- [14] Marshall H. Kaplan, "*Modern Spacecraf Dynamics & Control*", Departement of Aerospace Engineering The Pennsylvania State University, Cap.7 pag.281-282
- [15] Roger R. Bate, Donald D. Mueller, Jerry E. White, "*Fundamentals of Astrodynamics*", Dover Publications, Cap. 9 pag.421 Cap.9 pag 235
- [16] Marshall H. Kaplan, "*Modern Spacecraf Dynamics & Control*", Departement of Aerospace Engineering The Pennsylvania State University, Cap.8 pag 359
- [17] Vladimir A. Chobotov, "*Orbital Mechenics*", AIAA education Series, Cap.10 pag.254

[18] DUCK, K. J., and KING, J. C., *"Orbital Mechanics for Remote Sensing,"* Manual of Remote Sensing, 2nd ed., Vol. 1, edited by R. N. COLWELL, American Society of Photogrammetry, Falls Church, VA, 1983.

[19] Marshall H. Kaplan, *"Modern Spacecraft Dynamics & Control"*, Department of Aerospace Engineering The Pennsylvania State University, Cap.8 pag 345